

UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE INGENIERÍA



Estimación y control de tracción en vehículos eléctricos e híbridos

Disertación presentada

por

Diego A. Aligia

para la obtención del grado de

Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Director: Dr. Ing. Cristian H. De Angelo

Co-Director: Dr. Ing. Guillermo A. Magallán

Río Cuarto, Córdoba, Argentina Diciembre de 2016

Dedicado a

Resumen

El uso de motores eléctricos para tracción en vehículos eléctricos (VE) e híbridos (VEH) presenta grandes ventajas, no sólo desde el punto de vista de la eficiencia, gracias al frenado regenerativo, sino también por la posibilidad de controlar instantáneamente el par producido por los motores eléctricos de tracción. Esto permite implementar estrategias más precisas de control de tracción, estabilidad y maniobrabilidad en estos vehículos, mejorando así su eficiencia, confort y seguridad. Si bien existen propuestas para este tipo de control en vehículos de tracción eléctrica, muchas de ellas sólo son efectivas en trayectorias rectas, no contemplan maniobras al límite de la estabilidad, o bien no consideran posibles diferencias en las condiciones de suelo a un lado y otro del vehículo, entre otras situaciones.

Así, el objetivo general de esta tesis es el estudio y desarrollo de nuevas estrategias de estimación y control de tracción aplicadas a vehículos de tracción eléctrica, a fin de mejorar el desempeño de los mismos, particularmente en el área de seguridad. Para ello, inicialmente se estudian los distintos modelos dinámicos de vehículos existentes en la bibliografía actual, a fin de obtener modelos reducidos que pueda utilizarse para diseñar una estrategia de control.

Posteriormente se estudian las estrategias de control existentes en la bibliografía y se determinan las variables difíciles de medir (o cuyo método de medición es costoso) requeridas por los sistemas de control de tracción. A partir de esto se diseñan distintos estimadores de la velocidad lateral, del coeficiente de rozamiento entre la rueda y el suelo (o condición de suelo), y de los ángulos de orientación.

Luego se proponen diversas estrategias de control de tracción basadas en observadores que estiman algunas de las variables mencionadas. Las primeras estrategias de control planteadas se basan en un modelo longitudinal del vehículo y de fuerzas, y utilizan información de la condición de suelo estimada por observadores no lineales. El principal aporte de esta tesis corresponde al diseño de un control de tracción que considera tanto las fuerzas longitudinales como las laterales que se producen en los neumáticos, el cual se basa en observadores de la condición de suelo a cada lado del vehículo y la velocidad lateral. Todos los controles de tracción se prueban en simula-

ción con un modelo completo de vehículo, y se muestra cómo los mismos son capaces de mantener estable al vehículo en situaciones límites de adherencia.

Al fin de esta tesis se introducen algunas ideas de sistemas de control de estabilidad y se utiliza el sistema de control que considera a las fuerzas laterales como lazo interno de un control de estabilidad de guiño, con el objetivo de mantener sobre el camino al vehículo en situaciones peligrosas. Por último se estudian situaciones en las que este conjunto de controles no es capaz de mantener estable al vehículo, y se propone un control de frenado capaz de disminuir su velocidad a fin mejorar aún más su seguridad.

Abstract

The use of electric motors for traction of electric and hybrid-electric vehicles presents great advantages, mainly due to the efficiency improvement thanks to the regenerative braking possibility. But also, the instantaneous torque control ability of the traction electric motors allows designing more precise strategies for control of traction, stability and handling in these vehicles, improving its efficiency, comfort and safety. Although several traction control strategies have been proposed for electric traction vehicles, many of them are only effective in straight trajectories, they do not consider maneuvers at the stability limit, or do not consider possible differences in the tire-road friction conditions on one and another side of the vehicle, among other situations. Thus, the main objective of this thesis is the study and development of new estimation and traction control strategies for electric traction vehicles, in order to improve their performance, particularly in the area of vehicle safety. With this aim, different existing dynamic models of vehicles are initially studied, in order to obtain reduced models that can be used to design a control strategy. Subsequently, control strategies proposed in the literature are studied. These strategies need some variables that are difficult to measure (or whose method of measurement is expensive). So, different techniques for estimating the lateral velocity, the tire-road friction condition and some orientation angles are proposed. Traction control strategies are then proposed based on the designed observers which estimate some of the variables mentioned above. The first control strategies are based on a longitudinal model of the vehicle and traction forces, and they use information on the tire-road friction condition estimated by nonlinear observers. The main contribution of this thesis is the design of traction control strategies that considers both the longitudinal and lateral forces in the tires, which are based on observers of tire-road friction condition on each side of the vehicle and the lateral velocity. The proposed traction control strategies are tested in simulation with a complete vehicle model. These results show that the proposals are able to maintain the vehicle stable even in risky situations. At the end of this thesis some ideas of stability control systems are introduced. A simply yaw control strategy is designed, using the traction control system which considers the

lateral forces as an internal loop, with the aim of keeping the vehicle on the road in dangerous situations. Finally, situations in which the proposed controllers are not able to keep the vehicle stable are studied, and a braking control capable of reducing the vehicle speed speed in order to further improve its safety is also proposed and evaluated.

Agradecimientos

El trabajo realizado en esta tesis fue posible gracias a las becas y subsidios otorgados por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT), por la Secretaria de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) y por la escuela de posgraduación de la UNRC. Agradezco a mis directores de tesis por su continua orientación, apoyo incondicional y amistad. A mis compañeros de trabajo por su amistad, colaboración y constante apoyo.

Índice general

Resumen	VI
Abstract	IX
Agradecimientos	XI
Índice general	XIII
Índice de figuras	XV
Índice de tablas	XVII
1. Introducción	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Antecedentes del tema	4
1.3. Objetivos	10
1.4. Principales aportes de esta tesis	11
1.5. Organización de la tesis	13
2. Modelado del vehículo	15
2.1. Introducción	15
2.2. Fuerzas en los neumáticos	16
2.2.1. Deslizamientos	16
2.2.2. Fuerzas longitudinales y laterales	18
2.2.3. Modelo de fuerzas lineal	20
2.2.4. Modelo de fuerzas brush	20
2.3. Modelo dinámico de un vehículo	26
2.3.1. Modelo de chasis de seis grados de libertad	27
2.3.2. Sistema de coordenadas	27
2.3.3. Ecuaciones de movimiento	28
2.4. Modelo de una rueda	29
2.5. Modelo de dinámica lateral	30
2.5.1. Modelo de dinámica lateral con tracción diferencial	32
2.6. Modelo de bicicleta	32
2.6.1. Modelo de bicicleta ampliado	35
2.7. Modelo de dinámica de rolido	35
2.7.1. Influencia de la dinámica de rolido sobre las fuerzas laterales	37

2.8. Modelo de dinámica longitudinal	39
2.9. Modelos de vehículo en el plano	40
2.9.1. Dinámica lateral y ruedas de tracción	40
2.9.2. Dinámica lateral y longitudinal	42
2.10. Modelo lateral cinemático	44
2.11. Conclusiones	44
3. Estimación de variables necesarias para el control de tracción	47
3.1. Mediciones habituales en vehículos	48
3.2. Estimación de la velocidad lateral	52
3.2.1. Estimación de la velocidad lateral con observador por modos deslizantes y modelo de bicicleta ampliado	53
3.2.2. Estimación de la velocidad 'cinemática' utilizando un GPS de una antena	59
3.3. Observador no lineal de Luenberger	64
3.4. Estimación de la condición de adherencia utilizando un modelo longi- tudinal	67
3.4.1. Observador para estimar la condición de suelo	68
3.4.2. Estimación de la fuerza máxima de tracción longitudinal . . .	70
3.5. Estimación de la velocidad lateral y de la condición de suelo con ob- servadores no lineales	72
3.5.1. Modelo considerado	74
3.5.2. Caso 1: un observador de orden completo	75
3.5.3. Caso 2: tres observadores de orden completo	79
3.5.4. Caso 3: tres observadores de orden reducido	82
3.6. Estimación del parámetro C del modelo de fuerzas de <i>brush</i>	92
3.6.1. Resultados	95
3.7. Estimación del ángulo de rolido	99
3.7.1. Estimación del ángulo de rolido basada en un algoritmo recur- sivo de mínimos cuadrados	101
3.7.2. Estimación del ángulo de rolido basada en sensores	105
3.8. Conclusiones	116
4. Control de tracción	121
4.1. Introducción	121
4.2. Control de tracción longitudinal	124
4.2.1. Simulaciones	126
4.3. Control de tracción longitudinal independiente de las fuerzas normales	130
4.3.1. Bloque de linealización por realimentación	133
4.3.2. Cálculo de las referencias de deslizamiento	134
4.3.3. Simulaciones	135
4.4. Control de tracción considerando fuerzas longitudinales y laterales . .	141

4.4.1.	Simulaciones	145
4.4.2.	Convergencia de los observadores	145
4.4.3.	Frenado en una trayectoria curvilínea. (ISO7975)	146
4.4.4.	Aceleración longitudinal en una trayectoria curva con cambio de condición de suelo	148
4.4.5.	Prueba del control de tracción ante cambios en el modelo del neumático	151
4.5.	Control de tracción y estabilidad	155
4.5.1.	Cálculo de los valores máximos de fuerza y par aplicables	156
4.5.2.	Control de estabilidad	157
4.5.3.	Evaluación de la estrategia de control propuesta	158
4.5.4.	Aceleración en curva y cambio de condición de suelo	158
4.5.5.	Aceleración en recta, frenado en curva y cambio de CDS	161
4.5.6.	Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal	165
4.6.	Control de tracción y estabilidad considerando la velocidad longitudinal	167
4.6.1.	Comportamiento de un vehículo durante maniobras de giro	167
4.6.2.	Puntos de equilibrio	171
4.6.3.	Algoritmo de frenado	173
4.6.4.	Control de velocidad	174
4.6.5.	Resultados	175
4.7.	Conclusiones	176
5.	Conclusiones y trabajos futuros	179
5.1.	Conclusiones	179
5.2.	Trabajos futuros	182
	Bibliografía	184
A.	Dimensionamiento y construcción de prototipo de vehículo eléctrico	195
A.1.	Peso del vehículo	196
A.2.	Motores de tracción y reductores	197
A.3.	Diseño de propulsión	197
A.4.	Baterías	199
B.	Instrumentación realizada en VEU	203
B.1.	Sensores inerciales	203
B.2.	Medición del ángulo de dirección	205
B.3.	Red de datos CAN	206
B.4.	PC industrial	206
B.5.	Descripción del software de PC: muestreo y almacenamiento de datos	207
B.6.	Red física	209
C.	Modelo de vehículo en simulación	211

Índice de figuras

2.1. Deslizamiento longitudinal.	17
2.2. ángulo de deslizamiento lateral.	18
2.3. Fuerza longitudinal en función del deslizamiento.	19
2.4. Fuerza lateral en función del ángulo de deslizamiento lateral.	19
2.5. Modelos de fuerzas: Pacejka y <i>brush</i>	22
2.6. Modelo <i>brush</i> para distintas condiciones de suelo.	23
2.7. Fuerza lateral en función del deslizamiento longitudinal y el ángulo de deslizamiento lateral.	26
2.8. Modelo de una rueda.	30
2.9. Modelo vehículo de dinámica lateral.	31
2.10. Modelo vehículo de dinámica lateral con tracción diferencial.	33
2.11. Modelo de bicicleta: simplificación de modelo lateral.	34
2.12. Modelo longitudinal.	39
2.13. Modelo de vehículo de tracción trasera en el plano.	41
3.1. Simulación 1: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección δ ; (b): velocidad de guiño r ; (c): velocidad lateral v_y ; (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero α_f	56
3.2. Simulación 2: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección δ ; (b): velocidad de guiño r ; (c): velocidad lateral v_y ; (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero α_f	58
3.3. Resultados experimentales: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección (δ); (b): velocidad de guiño (r) ; (c): velocidad lateral (\hat{v}_y); (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero ($\hat{\alpha}_f$)	60
3.4. (a) Velocidad lateral real y estimada; (b): Ángulos de rolido real y estimados; (c): Magnitud de la innovación; (d): Promedio innovación cuadrática	65
3.5. Diagrama en bloques del observador propuesto para cada rueda.	69
3.6. Diagrama en bloques del observador propuesto para cada rueda.	72
3.7. Conexión entre los observadores	79
3.8. Observador μ_{Sj}	81

3.9. Observador de v_y	82
3.10. Sim. 1. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrij} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj}	97
3.11. Sim. 2. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrij} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj}	98
3.12. Sim. 3. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrij} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj}	100
3.13. (a) Aceleración lateral a_y Sim. 1; (b): ángulo de rolido ϕ Sim. 1; (c): Aceleración lateral a_y Sim. 2; (d): ángulo de rolido ϕ Sim. 2	104
3.14. (a): Estimación recursiva del módulo de B. (b): Estimación recursiva del HIO. (c): ángulos de Euler. (d): Aceleraciones medidas y estimadas. (e): Campos magnéticos medidos y estimados. (d) Determinantes de las matrices de transformación Γ_1 y Γ_2	115
3.15. B instantáneo	116
4.1. Diagrama en bloques del CDT.	125
4.2. Vehículo acelerando en trayectoria recta para distintas CDS. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Velocidad longitudinal. (d): Condición de suelo. (e): deslizamiento longitudinal.	127
4.3. Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT desactivado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Posición lateral.	129
4.4. Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT activado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Posición lateral.	131
4.5. Diagrama en bloques del CDT.	133
4.6. Vehículo acelerando en trayectoria recta para distintas CDS. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Condición de suelo. (d): Velocidad longitudinal. (e): deslizamiento longitudinal.	136
4.7. Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT desactivado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): deslizamiento longitudinal. (d): Posición lateral.	139
4.8. Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT activado. (a): Camino. (b): Fuerzas máximas. (c): deslizamiento longitudinal. (d): Posición lateral.	142
4.9. Esquema del control de tracción considerando fuerzas laterales.	144
4.10. Errores de estimación de: (a) Condición de suelo μ_{Sj} ; (b) Variable transformada ζ ; (c) Variable transformada ν ; y (d) Velocidad lateral v_y	147
4.11. Frenado en una trayectoria curvilínea. (a) Aceleración longitudinal/lateral. (b) Fuerzas de tracción. (c) Deslizamiento longitudinal. (d) Ángulo de deslizamiento lateral trasero izquierdo. (e) Coeficientes de rozamiento. (f) Límites e indicadores de la calidad de estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$	149

4.12. Aceleración longitudinal en curva y cambio de la condición de suelo. (a) Fuerzas de tracción. (b) Ángulo de deslizamiento lateral trasero izquierdo. (c) Coeficientes de rozamiento. (d) Límites e indicadores de la calidad de estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$	150
4.13. Parte 1: estimación de C . (a) Deslizamiento longitudinal (b) Estimación de C	153
4.14. Parte 2. Comparación entre las fuerzas longitudinales ante un cambio de modelo de neumático.	155
4.15. Control de tracción	157
4.16. Esquema del control de estabilidad.	158
4.17. Aceleración en curva sin control de tracción. (a) Fuerzas. (b): Ángulo de deslizamiento lateral trasero. (c) Deslizamiento longitudinal.	160
4.18. Aceleración en curva. CDT activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b): fuerzas reales y estimadas. (c) Deslizamiento longitudinal. (d) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (e): Condición de suelo. (f): velocidad de guiño de referencia y real.	162
4.19. Frenado en curva. CDT activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Ángulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Condición de suelo. (d): Deslizamiento longitudinal. (e): ángulo de dirección. (f): velocidad longitudinal: (g): velocidad de guiño de referencia y real.	164
4.20. Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal. Control longitudinal activado.(a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Deslizamiento longitudinal.	166
4.21. Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal. Control longitudinal lateral activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Deslizamiento longitudinal.	168
4.22. (a) Aceleración lateral y (b) radio de giro, en función del ángulo de dirección. Con control de guiño (línea de trazos) y sin control de guiño (línea continua).	169
4.23. Ángulo de deslizamiento lateral delantero en función del ángulo de dirección. Con par diferencial de -200 N (línea de trazos), y sin par diferencial (línea continua).	173
4.24. Esquema del control de frenado	174
4.25. Desempeño de la estrategia propuesta. (a) Ángulo de deslizamiento lateral y de dirección. (b) Velocidad longitudinal. (c) Coeficiente de rozamiento en las ruedas traseras.	175
A.1. Estructura del nuevo vehículo.	196
A.2. Características de las baterías.	200
A.3. Características de las baterías.	200

B.1. Diagrama de instrumentación.	204
B.2. Placa de adaptación del sensor inercial.	205
B.3. Medición del ángulo de dirección.	205
B.4. Vista de la PC industrial sobre el vehículo eléctrico.	207
B.5. Interfaz gráfica.	208
C.1. Bloque de CarSim insertado en Simulink.	213

Índice de tablas

3.1. Regiones de trabajo de los observadores	89
C.1. Parámetros del vehículo.	212

Capítulo 1

Introducción

1.1. Descripción del problema

En las últimas décadas se han propuesto diversas tecnologías para vehículos con el fin de disminuir la contaminación y la dependencia de los combustibles fósiles, con respecto a los vehículos tradicionales que emplean motores de combustión interna (MCI). A raíz de esto, los vehículos eléctricos (VE) e híbridos (VEH), y más recientemente los vehículos eléctricos híbridos plug-in (VEHp) han cobrado popularidad.

Estos vehículos poseen ventajas adicionales respecto a los convencionales, gracias al uso de motores eléctricos para la tracción. Los motores eléctricos permiten aprovechar la energía cinética durante el frenado al trabajar como generadores (frenado regenerativo), aumentando así la eficiencia total del vehículo. Aun cuando la energía eléctrica para cargar las baterías se obtenga de generación usando fuentes convencionales (térmicas), la eficiencia total del ciclo desde la extracción de combustible hasta la generación de movimiento (*well-to-wheel energy efficiency*) puede ser de hasta 2,5 veces la de un vehículo convencional [1].

Otra ventaja del uso de motores eléctricos en la tracción es que estos motores pueden montarse directamente sobre las ruedas, otorgando la ventaja de reducir o incluso evitando el uso de transmisiones mecánicas, como en el caso de los motores *in-wheel* [2]. Esta posibilidad, además de reducir las pérdidas debido a la fricción de las partes mecánicas, proporciona una mejor respuesta dinámica, comparada con la

de los MCI, dado que el par de los motores eléctricos puede controlarse en forma más rápida y precisa. Esto permite un mejor control de la fuerza de tracción efectiva aplicada entre la rueda y la superficie del suelo. Además, dicha configuración permite controlar independientemente cada rueda, logrando realizar la tracción del vehículo de diferentes formas, de acuerdo al desempeño que se quiera obtener [3]: estabilidad en el manejo [4], aceleración sin patinar [5], sistema de frenado antibloqueo, tracción autoblocante, vectorización de par [6, 7], etc.

Por otra parte, si se evita el deslizamiento de las ruedas respecto a la superficie, mejorando su adhesión, es posible aprovechar mejor la energía en la tracción [8]. La misma consideración puede hacerse durante el frenado, ya que al evitar el deslizamiento de las ruedas, la energía cinética del vehículo puede reconvertirse, casi totalmente, para recargar las baterías durante el frenado regenerativo [9].

Finalmente, un control preciso del par y/o el deslizamiento de los neumáticos tanto en aceleración como en frenado, se puede utilizar para controlar las fuerzas que se producen en los neumáticos, y de esta forma controlar la dinámica global del vehículo a fin de mejorar su estabilidad en maniobras riesgosas.

Las estrategias de control anteriormente mencionadas se pueden clasificar en dos niveles o jerarquías, según sus objetivos:

- Garantizar la adhesión entre la rueda y el suelo tanto en aceleración como en frenado. Esto implica mantener las ruedas en la zona estable de trabajo evitando el resbalamiento. En esta categoría se incluyen a los sistemas de control de tracción (aplicados en aceleración o frenado regenerativo) y a los sistemas de freno anti-bloqueo (*anti-lock brake systems*, ABS) (aplicados en frenado mecánico)[10].

Un control de tracción debe mantener las ruedas de tracción en la zona estable de trabajo, evitando superar un valor de máximo deslizamiento, y garantizando que las ruedas no patinen. Si esto último ocurriera, disminuye la fuerza de tracción aplicada al suelo y esto se traduce como una pérdida de aceleración.

Además de esto, un neumático que patina produce consecuencias aún más graves relativas al comportamiento dinámico del vehículo:

- Se producen mayores pérdidas de energía.
- Se pierde capacidad de control del vehículo.
- Se pierde capacidad de adherencia lateral.

Estos dos últimos efectos, dependiendo de la condición de manejo, pueden forzar al VE a seguir trayectorias no deseadas por el conductor y poner en riesgo la seguridad de sus ocupantes. Por otro lado, la pérdida de energía que se produce cuando un neumático patina es de importancia en VE, dado que las fuentes de energía de los mismos son limitadas comparado con los vehículos convencionales.

- Garantizar la estabilidad global del vehículo, mejorar el confort de manejo y la eficiencia del vehículo en maniobras de giro. Un control de estabilidad es un sistema capaz de corregir la trayectoria de un vehículo que se está saliendo del camino, por lo tanto la incorporación de este tipo de controles es muy importante desde el punto de vista de la seguridad. En vehículos eléctricos, gracias a la posibilidad de control instantáneo del par de los motores eléctricos, es posible realizar un control de estabilidad más rápido, lo que se traduce en un menor riesgo de despiste, comparado con vehículos convencionales (los cuales utilizan frenado mecánico para corregir la trayectoria).

Como acción de control, los controles de estabilidad generan fuerzas en los neumáticos diferentes a cada lado del vehículo para corregir la trayectoria del mismo [11]. En vehículos convencionales, este efecto se genera utilizando frenado mecánico diferencial. En cambio, los VE brindan mayor flexibilidad en este aspecto, ya que este efecto se puede generar además utilizando frenado regenerativo y/o control de tracción individual, evitándose con estas dos últimas alternativas la pérdida de energía que produce el frenado mecánico. Debido a que el elemento de control que utilizan los controles de estabilidad son las ruedas del vehículo, para garantizar un comportamiento estable del vehículo con un control de estabilidad, previamente se debe asegurar la estabilidad individual de cada rueda con un control de tracción (en caso de utilizar como elemento de control fuerzas de tracción y fuerzas de frenado regenerativo) y de sistema de frenos ABS (en caso de utilizar fuerzas de frenado mecánico).

Por otro lado, en VE, cuando el vehículo realiza maniobras suaves (lejos del límite de estabilidad), es posible aprovechar el hardware que se coloca en el vehículo para equiparlo con el control de estabilidad (sistema de tracción diferencial, sensores, etc) para mejorar el confort o sensación de manejo en curvas y la eficiencia del global del vehículo [12].

A modo de conclusión, se destaca entonces la importancia de la aplicación de un control de tracción, a fin de optimizar el consumo de energía del vehículo, como sistema de seguridad ante aceleraciones o frenados regenerativos bruscos y como lazo interno de control de las ruedas de tracción (cuando se utilizan en un sistema de control de estabilidad). Por otro lado, se destaca que la implementación de un control de estabilidad mejora la estabilidad global del vehículo en maniobras de giro cercanas al límite de adherencia lateral, utilizando como acción de corrección las fuerzas en los neumáticos de tracción, las cuales han sido previamente ajustadas por un control de tracción.

Tanto los controles de tracción como los de estabilidad se han aplicado a vehículos convencionales equipados con motores de combustión interna desde hace varios años. En VE, cuya producción en serie es un fenómeno reciente, las técnicas de control aplicadas a vehículos convencionales se pueden aplicar también y obtener un buen desempeño. Sin embargo, estos vehículos presentan las ventajas mencionadas arriba para implementar sistemas de control (particularmente por la posibilidad de controlar casi instantáneamente el par de cada motor, y por lo tanto controlar individualmente la fuerza ejercida por cada rueda de tracción). Esto a su vez permite plantear nuevas estrategias de control que aprovechan estas características, para mejorar la seguridad, eficiencia y confort de los mismos. Por estos motivos resulta de gran interés y actualidad el estudio de controles de tracción y estabilidad aplicadas a vehículos eléctricos.

1.2. Antecedentes del tema

En la literatura pueden encontrarse diversas estrategias de control de tracción (CDT). La estrategia *Model Following Control* [3, 13], utiliza un modelo en donde

la dinámica de la rueda se trata como un sistema inercia variable, en haciendo el supuesto que un mayor deslizamiento de las ruedas puede ser visto como una inercia más baja. En la estrategia conocida como *Slip Ratio Control* [14], el deslizamiento de las ruedas se mantiene en el intervalo deseado mediante el control del gradiente del coeficiente de rozamiento instantáneo con respecto al deslizamiento ($\frac{\partial \mu}{\partial \text{slip}}$). Esta estrategia de control mantiene la pendiente del coeficiente de fricción en un valor positivo, lo que asegura que el neumático opere en la zona de deslizamiento estable.

En [15], se propone un método de búsqueda en línea del punto de operación óptimo de las ruedas de tracción sin la necesidad de medir o calcular la relación de deslizamiento, a fin de evitar el resbalamiento de las ruedas en los vehículos eléctricos. En [16], se propone una estrategia de control por modos deslizantes de segundo orden para el control de deslizamiento de las ruedas, a fin de maximizar las fuerzas de tracción. En [17] se presenta una estrategia de CDT de un vehículo eléctrico, que se basa en la detección del par máximo transmisible, evitando la evaluación de la inversa de la función no lineal que relaciona el coeficiente de rozamiento con el deslizamiento. En [5], un observador no lineal por modos deslizantes se diseña para estimar la condición del suelo. La fuerza de tracción máxima se controla mediante saturaciones dinámicas de par. Una estimación robusta de las fuerzas de tracción se presenta en [18], así como una estrategia para controlar y mantener dentro de la región estable a las fuerzas.

Aunque todas estas estrategias han demostrado un buen desempeño, no analizan el comportamiento de las propuestas durante maniobras de giro. En situaciones en las que se requiere de aceleración o de frenado mientras el vehículo realiza una maniobra de giro, se produce un aumento del deslizamiento longitudinal para alcanzar las fuerzas requeridas, pero también se produce una disminución de las fuerzas laterales. Para compensar la pérdida de fuerza lateral y que el vehículo pueda continuar con la trayectoria deseada, los ángulos de deslizamiento lateral se incrementan. Más aún, en el caso de aceleración o frenado bruscos durante maniobras de giro, las ruedas de tracción pueden patinar, produciendo una gran disminución de las fuerzas laterales que eventualmente podrían llevar a la pérdida de control del vehículo. Por lo tanto, el diseño de un CDT que asegura la estabilidad del vehículo durante las maniobras de giro debería tener en cuenta el efecto combinado de las fuerzas longitudinales y

laterales de neumáticos. Además, si el CDT se utiliza como un lazo interno en un sistema de control de estabilidad, también es importante considerar en el diseño del CDT a las fuerzas laterales, ya que un control de estabilidad funciona particularmente en trayectorias curvilíneas.

Algunas estrategias de CDT se basan en el conocimiento del coeficiente de rozamiento entre la rueda y el suelo, la que se denominará condición de suelo (CDS) en esta tesis. En la bibliografía se encuentran diferentes estrategias para estimar la CDS empleando para ello diferentes modelos: en [19] se utiliza un modelo de vehículo-neumático longitudinal, en [20, 21], un modelo lateral [22, 23] y en [24, 25], un modelo combinado longitudinal/lateral. Dentro de estas tres categorías, hay varios trabajos que estiman CDS distintas a cada lado del vehículo, y algunos otros que sólo estiman una CDS media. Las estrategias que sólo utilizan un modelo longitudinal para estimar la CDS pueden no funcionar correctamente durante las maniobras de giro, y las que sólo se basan en un modelo lateral pueden no ser apropiadas para estimar la CDS cuando el deslizamiento longitudinal es alto. Por lo tanto, si se espera que el CDT funcione correctamente en estas dos situaciones, deberían considerar en el diseño las situaciones con deslizamiento longitudinal y lateral simultáneamente. En [26], se lleva a cabo la estimación de las fuerzas de tracción lateral y longitudinal y se propone una estrategia para estimar la CDS por medio de un observador adaptativo, la cual capaz de operar en situaciones cercanas al límite de adherencia. Se utiliza un modelo de neumático no lineal *Burckhardt / Kiencke*. En [24], se presenta un estimador no lineal de CDS basado en un modelo de *Dugoff*.

Para la estimación de las fuerzas longitudinales y laterales en [27], se propone un *Random-walk Kalman Filter* con aplicación al control de estabilidad del vehículo, mientras que en [28], se propone para estimar el coeficiente de rozamiento usando un filtro de Kalman y un modelo longitudinal/lateral de *brush*. Para poder utilizar el CDT en las maniobras de giro, podría ser también necesario conocer los ángulos de deslizamiento lateral y/o la velocidad lateral del vehículo. Con este objetivo, en [29] los ángulos de deslizamiento lateral se estiman a partir de las mediciones de las fuerzas laterales que relizan con sensores de fuerza en cada rueda, lo que puede resultar costoso.

En [30] se comparan diferentes estrategias de estimación del deslizamiento lateral basadas en un filtro de Kalman extendido (EKF), utilizando un modelo de fuerzas no lineal, que no considera la transferencia de carga. La carga computacional de EKF es generalmente alta. Diferentes estrategias para la estimación de los ángulos de deslizamiento lateral se proponen en [31], considerando un modelo lateral/longitudinal. En [32], la velocidad lateral y otras variables se estiman utilizando también un EKF. En [33] la velocidad lateral se estima a partir de la combinación de un observador basado en un modelo de bicicleta y un estimador cinemático. En [34] se realiza la estimación de los ángulos de deslizamiento lateral mediante un filtro de Kalman, utilizando un GPS y un magnetómetro.

Si se considera la dinámica de rolido en el planteo de las estrategias de estimación es fundamental conocer el ángulo de inclinación con respecto a la calle, y el ángulo de rolido (ángulo de inclinación del vehículo con respecto a su eje X). La velocidad de rolido es de fácil medición utilizando un giróscopo, pero no así el ángulo de rolido. Dado que integrar la velocidad angular de rolido para conocer el ángulo podría introducir un error considerable (debido al offset del sensor), existen trabajos que estiman el mismo basándose en la medición de esta velocidad, combinado con un GPS de dos antenas [35]. Sin embargo, utilizar un GPS no es una buena alternativa dado que si el vehículo circula por un túnel, un bosque espeso o en un día nublado, el mismo puede no funcionar correctamente. Si se considera la dinámica de rolido en las estrategias de estimación se deben conocer parámetros físicos del vehículo tales como el momento de inercia respecto al eje X, y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de rolido. Estos coeficientes tienen en cuenta la acción de las suspensiones. Existen trabajos como [36] que proponen ensayos para la estimación de estos parámetros. En [33] se propone un observador de velocidad longitudinal y angular en tres ejes sin la utilización de GPS.

Por otra parte, en el planteo de estimadores de velocidad lateral también es necesario utilizar un modelo de fuerzas. Existen representaciones lineales de las fuerzas que se producen en los neumáticos, las cuales son solamente válidas para pequeños ángulos de deslizamiento, pero no representan correctamente la saturación de las fuerzas. Existen modelos que representan adecuadamente este fenómeno, tales como

la fórmula mágica de Pacejka [37], el modelo de Dugoff [38], el de LuGre [39] o el modelo de *brush* [37], que tienen características diferentes, algunas de las cuales se describen a continuación. El modelo de Pacejka es empírico, reproduce muy bien la característica de las fuerzas pero utiliza varias constantes las cuales son función del tipo de neumático y no son sencillas de determinar. El modelo de LuGre, por su parte, incluye características dinámicas producto de la interacción entre el neumático y el suelo [5]. Este modelo reproduce bien el comportamiento de los neumáticos, pero extenderlo para contemplar tanto el comportamiento longitudinal como lateral resulta complejo para el planteo de observadores, debido a la dimensión del modelo no lineal resultante. Los modelos *brush* modelan al neumático como una hilera de cerdas elásticas que toca el plano del suelo y consideran una distribución parabólica de presión en el parche de contacto del neumático. La expresión matemática del mismo es relativamente simple, por lo tanto su implementación resulta en un relativo bajo costo computacional. Además, reproduce adecuadamente el comportamiento del neumático, y tiene la ventaja, con respecto a otros modelos como el de la fórmula mágica de Pacejka, de utilizar pocos parámetros. Es por este motivo que se ha utilizado en diversos trabajos de estimación de variables relativas a dinámica vehicular [22, 28, 40]. Pacejka y Sharp desarrollaron una versión de modelo *brush* que considera la generación de fuerzas combinada longitudinal y lateral, el cual permite modelar el comportamiento de un neumático ante presencia de deslizamiento longitudinal y lateral simultáneo [38, p.417]. El modelo de Dugoff [38, p.425] es una alternativa al modelo combinado longitudinal / lateral de *brush*, que también permite considerar la generación de fuerzas combinadas. Asume una distribución uniforme de presión en el parche de contacto, por lo tanto la reproducción de las fuerzas es algo menos realista que el modelo combinado longitudinal / lateral de *brush*.

Con respecto al control de estabilidad, la estrategia de CDT y estabilidad más elemental para un VE con tracción independiente en las ruedas consiste en emular el comportamiento de un diferencial mecánico mediante el control de los motores eléctricos. Esto significa que debe mantenerse el mismo par en ambas ruedas traseras, sin importar la velocidad de las mismas. Cuando el vehículo marcha en línea recta, la velocidad de ambos motores es la misma, entonces ambos motores se pueden controlar

como si fueran uno solo. Durante una curva, manteniendo el mismo par en ambas ruedas de tracción, sus velocidades se ajustarán en función del radio de giro y las dimensiones del vehículo [41]. Esta estrategia, tal como se verá más adelante, no aprovecha las ventajas de contar con un VE con motores independientes en sus ruedas, sino que solamente reproduce el comportamiento de un vehículo convencional.

En circunstancias en las que el comportamiento del vehículo se aleja del habitual (las fuerzas en los neumáticos se encuentran cerca de la saturación), pueden producirse situaciones de riesgo para un conductor promedio que no está habituado a estas condiciones. Esto puede llevarlo a tomar decisiones que contribuyan a seguir perdiendo el control del vehículo en lugar de corregirlo, y aquí es donde surge la aplicación el control de estabilidad como sistema de seguridad activa [42].

En muchos trabajos relativos a la temática se utiliza un control de estabilidad conocido como control de guiño [29, 43]. Este control genera una referencia de velocidad de guiño (*yaw rate*) (velocidad angular del vehículo respecto al eje vertical), basada en una medición del ángulo de dirección aplicado por el conductor, la velocidad longitudinal y un modelo simplificado del VE. Por otro lado, se utiliza un giróscopo ubicado en el centro de masa del VE que mide la velocidad de guiño del vehículo. En base a la referencia generada con el modelo del vehículo y esta medición se genera una señal de error, la cual indica que tan alejado está el vehículo de la trayectoria deseada por el conductor. La variable de actuación que aplica el sistema de control al VE para corregir este error es la que se conoce como momento de guiño. Este momento se genera aplicando un par distinto al motor de tracción del lado izquierdo comparado con el del lado derecho y se traduce en la generación de un momento sobre el eje vertical del VE que compensará la desviación de trayectoria, llevándolo a la trayectoria deseada por el conductor. La viabilidad de este control está limitada a los vehículos con motores independientes en sus ruedas, ventaja notable de los VE con respecto a los convencionales en los cuales se utiliza un único motor y diferencial mecánico que distribuye el par equitativamente en las ruedas tractoras.

Aunque en principio para realizar un control de guiño sería necesario solamente medir la velocidad longitudinal, la velocidad de guiño y el ángulo de dirección tal como realiza [43], para realizar un estudio más profundo de la estabilidad de un VE

ante una maniobra de giro es fundamental hacer un análisis de la dinámica lateral, ya que este control no considera el comportamiento de un vehículo en una situación límite de adherencia [44]. Debido a ello, es de interés analizar el cambio de comportamiento de un vehículo ante determinadas acciones del conductor durante maniobras de giro. Por ejemplo, evaluar cómo cambia el radio de giro del mismo para un ángulo de dirección dado, cuando se producen aceleraciones o frenadas mientras se continúa en la maniobra de giro [45]. Estas acciones del conductor pueden cambiar significativamente la respuesta del vehículo (comparado por ejemplo con un giro sin acelerar), produciendo un comportamiento al cual el conductor no está acostumbrado, y una posible pérdida de control del vehículo. Para analizar estas situaciones es necesario considerar un modelo de neumático que considere las fuerzas laterales y longitudinales simultáneamente y su saturación. En la bibliografía, además de las estrategias de control de guiño, se encuentran diversos trabajos de control de estabilidad [44] y particularmente en VE [46]. Se introduce el término *torque vectoring* [47], el cual describe la idea de ejercer fuerzas distintas en cada rueda de tracción a fin de lograr distintos objetivos en el comportamiento dinámico del vehículo [42]. Así, además de asegurar la estabilidad, es posible modificar el comportamiento para lograr que el vehículo tenga por ejemplo mayor tendencia al sobreviraje o al subviraje, según la situación. Además, estos esquemas de control de par vectorial permiten plantear algoritmos de minimización de alguna función, por ejemplo las pérdidas en los motores eléctricos o en todo el sistema en maniobras de giro [48].

1.3. Objetivos

En base a la problemática descripta, los objetivos de esta tesis son los siguientes:

- Como objetivo general se propone contribuir al desarrollo de tecnologías de tracción para vehículos eléctricos a fin de mejorar la seguridad, confort, eficiencia y confiabilidad de los mismos. Para esto lograr esto se proponen los objetivos parciales que se detallan a continuación.
- En primer lugar, realizar un relevamiento y estudio de los distintos modelos

dinámicos de vehículos existentes en la bibliografía que se utilizan con fines de control de tracción y estimación de variables necesarias para el control. Luego seleccionar y/o realizar adaptaciones de los mismos a fin de obtener un modelo reducido en cuanto complejidad, pero lo suficientemente detallado para resolver los problemas planteados a lo largo de esta tesis.

- En segundo lugar desarrollar métodos de estimación de variables que usualmente se necesita conocer en sistemas de control y estabilidad en vehículos, particularmente de velocidad lateral y condición de suelo.
- Finalmente, desarrollar nuevas estrategias de control de tracción y/o estabilidad aplicadas a vehículos eléctricos (o híbridos), utilizando los modelos y métodos de estimación previamente estudiados / desarrollados, con el objetivo de mejorar la seguridad de los mismos. Se pretende evaluar el desempeño de estas estrategias para ser utilizadas en un vehículo eléctrico, considerando maniobras riesgosas que podrían comprometer la estabilidad del mismo y un consecuente accidente.

1.4. Principales aportes de esta tesis

Como primer avance en la área de estimación, se diseñó e implementó un observador por modos deslizantes de la velocidad lateral de un VE [49]. Este observador se basa en un modelo de bicicleta modificado, el cual incorpora algunas consideraciones adicionales respecto al modelo de bicicleta lineal. Se obtuvieron resultados esperables de estimación en simulación ante velocidades longitudinales bajas ($< 10m/s$), ángulos de dirección grandes y variaciones paramétricas de algunos coeficientes, aunque se pierde efectividad para velocidades mayores. Se realizaron pruebas del desempeño del observador con mediciones reales, y se obtuvieron resultados en el orden esperado. A pesar de esto, no se pudo comprobar la convergencia de la velocidad lateral estimada dado que el laboratorio aún no dispone de un sensor para tal fin.

Luego, se han realizado diferentes propuestas de CDT. En [50] se propuso un CDT basado en un estimador de la condición de suelo. Este CDT utiliza una estrategia de control no lineal (linealización exacta por realimentación) para controlar las fuerzas

aplicadas al suelo. La variable que se controla es el deslizamiento longitudinal de las ruedas de tracción, actuando sobre el par de los motores eléctricos. La estimación de la condición de suelo (a cada lado del vehículo) se realizó a través de observadores no lineales de Luenberger. Se utiliza la información de la condición de suelo estimada y las fuerzas normales para calcular la fuerza máxima que se puede aplicar a la superficie para una dada situación de conducción. En el caso que el conductor quiera ejercer una fuerza mayor, se limita la referencia deslizamiento que ingresa al control para evitar que las ruedas patinen. El observador propuesto funciona solamente en trayectorias rectas, ya que utiliza un modelo longitudinal de neumático, lo que restringe la aplicación del CDT a trayectorias rectas. En [51] se mejoró la propuesta que se había realizado en [50], evitando la necesidad de conocer las fuerzas normales (las cuales se asumían conocidas en el trabajo anterior). En esta propuesta se aprovecha una característica del modelo *brush*, en el cual la fuerza normal aparece siempre como un producto con la condición de suelo. Esto permite a su vez estimar directamente la fuerza máxima que se transmite al suelo, en lugar de la condición de suelo. Al igual que en el trabajo anterior, una vez conocida la fuerza máxima que se puede transmitir al suelo, se limita el deslizamiento de las ruedas de tracción.

Como continuación de los trabajos [50] y [51], en [52] se propuso un CDT que considera las fuerzas laterales. Este sistema controla las fuerzas máximas que se pueden aplicar al suelo, dependiendo de la condición de suelo estimada tanto en trayectorias rectas como en curvas. Para lograr esto se eligió un modelo de neumático similar al utilizando en [50] y [51], el cual considera además del comportamiento longitudinal, el comportamiento lateral del neumático. Este modelo considera las características no lineales de las fuerzas que se producen en los neumáticos y además considera el efecto combinado de fuerzas longitudinales y laterales. El mismo requiere el conocimiento de los ángulos de deslizamiento lateral que se producen en los neumáticos, por lo que fue necesario estimarlos también. Para ello se propusieron dos observadores no lineales: uno que estima la condición de suelo en maniobras longitudinales y laterales, y otro que estima los ángulos de deslizamiento lateral. Luego, con esta información se propuso una estrategia de CDT que calcula las fuerzas máximas de tracción que se pueden aplicar a un neumático para evitar que patine, para una determinada condición de

suelo y una determinada fuerza lateral. Luego, con esta información se limita el torque aplicado a los motores. Con respecto al trabajo en área de análisis y control de estabilidad, se realizó un estudio del comportamiento de vehículos en situaciones límites de adherencia [53], para un vehículo que utiliza solamente un CDT como el propuesto en [52] y para un vehículo que utiliza un sistema de control de estabilidad, además del CDT mencionado. Además, se mostró que existen situaciones en las que aún con el control de estabilidad activado no es capaz de mantener estable al vehículo. Para disminuir el riesgo de despiste en estas situaciones, se diseñó un sistema de frenado del vehículo, que es capaz de disminuir la velocidad del mismo en estas situaciones y mantenerlo estable.

Con respecto al trabajo a la medición e instrumentación sobre vehículos eléctricos, se mejoró la instrumentación previamente realizada [54] en el vehículo eléctrico urbano con el que se cuenta en el laboratorio [41]: se incorporó a la red CAN una IMU (*inercial measurment unit*, unidad de medición inercial), la cual permite realizar mediciones de aceleraciones y velocidades angulares en 3 ejes. Se incorporó un mecanismo para medir el ángulo de dirección. Se actualizó el software de la PC industrial portátil que cuenta el vehículo, la cual registra tanto las mediciones de la IMU, de la dirección, variables eléctricas y mecánicas provenientes del CDT. Se probó el sistema de instrumentación y se registraron varias maniobras ante diferentes situaciones de conducción. El detalle del sistema de instrumentación se publicó en [55].

1.5. Organización de la tesis

El resto de los capítulos que integran el presente trabajo de tesis están organizados de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se describen distintos modelos simplificados de vehículos que se utilizaron a lo largo de la tesis, tanto con fines de estimación como de control de tracción y estabilidad.

En el Capítulo 3 se presentan estimadores desarrollados para obtener variables difíciles y/o costosas de medir con sensores comerciales, las cuales son necesarias para los controles de tracción que se plantean en el capítulo siguiente.

En el Capítulo 4 se presentan distintas estrategias de control de tracción basadas en observadores. En la parte final de este capítulo se realiza un estudio de estabilidad de vehículos a partir de un modelo y se proponen algunas estrategias de control de estabilidad basadas en los controles de tracción previamente desarrollados.

Finalmente, en el Capítulo 5 se describen las conclusiones del trabajo de tesis y se presentan propuestas de trabajos futuros que se derivan a partir de los avances realizados en esta tesis.

Capítulo 2

Modelado del vehículo

2.1. Introducción

En la primera parte de este capítulo se estudia la característica de las fuerzas que ejercen los neumáticos cuando un vehículo acelera, frena y/o realiza maniobras de giro, ya que las mismas influyen directamente sobre la dinámica del vehículo. Se muestran además algunos modelos matemáticos de neumáticos que se utilizaron a lo largo de la tesis. Estos modelos son de distinta complejidad y reproducen las características de fuerzas con mayor o menor exactitud. En los capítulos posteriores se justificará su elección dependiendo el uso que se les han dado.

En la segunda parte de este capítulo se describe cualitativamente un modelo dinámico completo de vehículo con el objetivo de conocer la cantidad de ecuaciones diferenciales que podrían ser necesarias para reproducir fielmente su dinámica y se muestra que este resulta complejo. Por este motivo, en estimación y control sobre vehículos se trabaja con modelos simplificados. Se muestran distintos modelos que han sido utilizados a lo largo de la tesis con objetivos de estimación, control de tracción y análisis de estabilidad y se detallan las distintas simplificaciones que se realizan para obtener estos modelos. En los capítulos posteriores se analizarán ventajas y desventajas de los modelos que se presentan aquí, desde el punto de vista de estimación y control de vehículos.

2.2. Fuerzas en los neumáticos

En esta tesis es de interés el estudio de las fuerzas que se producen en los neumáticos ya que las mismas actúan directamente sobre el comportamiento dinámico de un vehículo. Las mismas se generan debido al rozamiento que se produce entre el suelo y el parche de contacto de la rueda con el suelo, cuya superficie depende de la carga vertical ([37, p.462]). La característica de fuerzas es notablemente no lineal y depende de muchos factores tales como el tipo de neumático, la presión, la temperatura, el tipo de suelo. Por este motivo existen en la bibliografía muchos trabajos que intentan reproducir fielmente la característica de fuerzas. Como complicación adicional al modelado de neumáticos se suma que la validación experimental de los modelos de fuerzas no es sencilla, ya que para realizar esto se debe montar un banco de ensayos sobre el cual se simule el montaje de la cubierta en un vehículo: se ejerza una fuerza normal, se mida la fuerza que ejerce la rueda ante deslizamientos longitudinales y/o laterales, y lograr un piso en movimiento que cumpla la función de suelo, con un rozamiento similar deseado. Un equipo de estas características es costoso, en general lo disponen solamente los fabricantes de los neumáticos, y las curvas características de los mismos en general no están disponibles al público.

2.2.1. Deslizamientos

Se puede demostrar que las fuerzas que se producen en un neumático, son función de los deslizamientos longitudinal y lateral.

El deslizamiento longitudinal es una representación de la velocidad relativa entre el neumático y el suelo. El mismo se define como,

$$\sigma_x = \begin{cases} \frac{R_e\omega - v_x}{R_e\omega} & \text{acelerando} \\ \frac{R_e\omega - v_x}{v_x} & \text{frenando} \end{cases} \quad (2.1)$$

donde ω es la velocidad angular de la rueda, v_x es la velocidad longitudinal del vehículo y R_e es el radio dinámico de la rueda (radio de la rueda en movimiento). El producto $R_e\omega$ representa la velocidad tangencial del punto de la rueda que está en contacto con el suelo (Fig. 2.1).

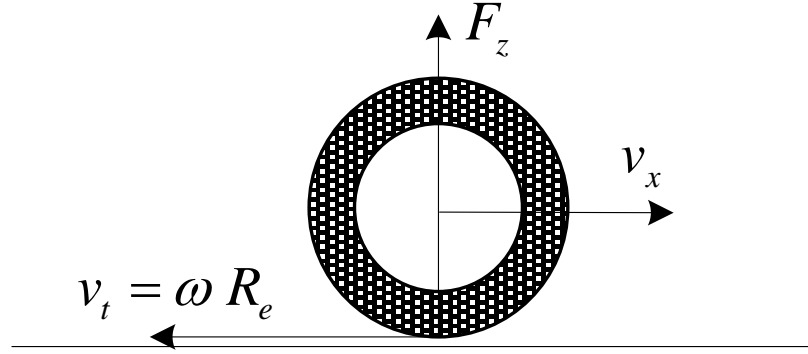


Figura 2.1: Deslizamiento longitudinal.

Desde (2.1) se puede interpretar al deslizamiento longitudinal (σ_x) como una medición de que tanto mayor (o menor, dependiendo del signo) es la velocidad de la rueda en el punto de tangencia con el suelo, con respecto a la velocidad del vehículo. Para que un neumático transmita fuerza al suelo debe existir un deslizamiento, el cual es pequeño (1 % o menor) para aceleraciones bajas o velocidad constante. En el caso de aceleraciones bruscas el valor de deslizamiento es mayor, mientras que en un caso extremo, un valor de $\sigma_x = 1$ modelaría a una rueda patinando completamente en un vehículo detenido.

El ángulo de deslizamiento lateral, el cual también se conoce como ángulo de deriva, se define como la diferencia de ángulo entre el eje longitudinal de la rueda (x) y el vector velocidad (v_r) en el parche de contacto con el suelo Fig. 2.2. Este ángulo en general es pequeño en maniobras laterales suaves pero puede llegar a valores elevados cuando el vehículo está próximo a un derrape. El mismo se calcula como,

$$\alpha_y = \arctan \frac{v_{y_r}}{v_{x_r}} \quad (2.2)$$

en donde v_{x_r} y v_{y_r} son las velocidades longitudinal y lateral en el punto de contacto del neumático con el suelo.

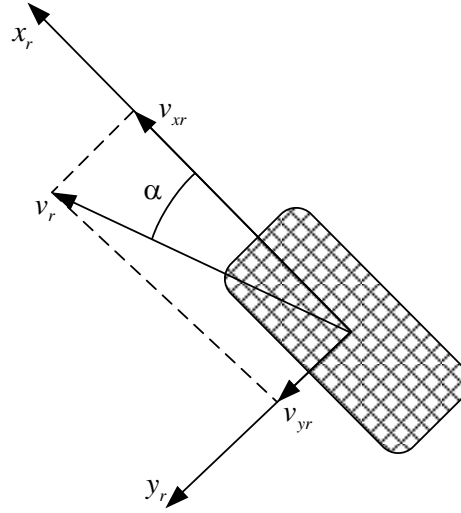


Figura 2.2: ángulo de deslizamiento lateral.

2.2.2. Fuerzas longitudinales y laterales

La Fig. 2.3 muestra la forma típica de variación de la fuerza longitudinal de tracción en función del deslizamiento. Se aprecia aquí que la fuerza de tracción es una función creciente con valores de σ_x entre 0 y el límite de deslizamiento estable (σ_{xmax}). El valor σ_{xmax} se corresponde con un valor máximo de fuerza (F_{MAX}), la máxima fuerza que el neumático es capaz de transmitir al suelo.

El valor σ_{xmax} define dos regiones:

1) *Región estable*. En esta región los neumáticos adhieren al suelo sin patinar. La velocidad de un vehículo cuyos neumáticos operan en esta región se puede incrementar aumentando el par aplicado a la ruedas de tracción. Con ello se incrementará el deslizamiento, se transmitirá más fuerza al suelo y se logrará el efecto deseado.

2) *Región inestable*. Si a un neumático que opera en la región estable se le aplica un par tal que se supere a σ_{xmax} , el mismo comenzará a patinar, operando en la región inestable. Cuando las ruedas tractoras del vehículo entran en la zona de patinaje o deslizamiento inestable, el conductor siente que el vehículo pierde aceleración e intenta acelerar más. Así, se produce el efecto contrario al deseado: aumenta el deslizamiento,

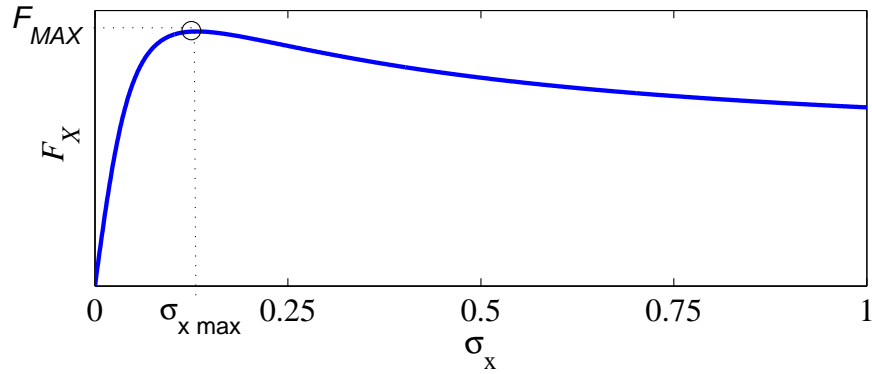


Figura 2.3: Fuerza longitudinal en función del deslizamiento.

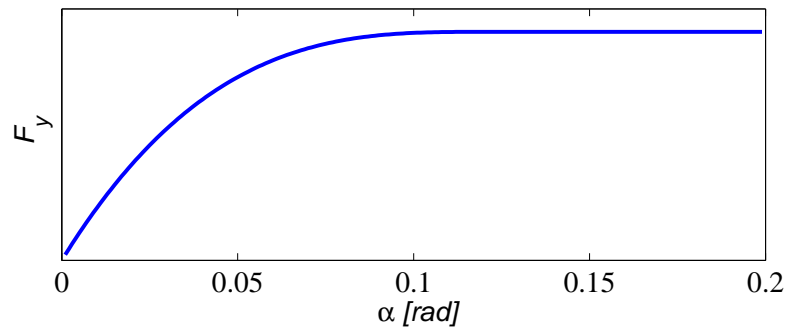


Figura 2.4: Fuerza lateral en función del ángulo de deslizamiento lateral.

disminuyen las fuerzas de tracción y por lo tanto disminuye la aceleración. Además se pierde energía en acelerar innecesariamente la inercia de la rueda, la cual es limitada en vehículos eléctricos alimentados por baterías.

Las fuerzas laterales se expresan en función del ángulo de deslizamiento lateral. Las mismas se muestran en forma cualitativa en la Fig.2.4. Se puede apreciar que a diferencia de las fuerzas longitudinales, en general las fuerzas laterales no tienen un máximo de fuerza, sino que permanecen constantes a partir de un deslizamiento determinado.

Las características de fuerzas mostradas se corresponden a fuerzas longitudinales o laterales puras, es decir sin existencia de fuerzas laterales, y viceversa (esto corres-

ponde a un vehículo que acelera sin doblar o que dobla sin acelerar). Pero no muestran el efecto de fuerzas longitudinales y laterales combinadas (situaciones en las cuales un vehículo acelera o frena doblando). Más adelante se describirá el comportamiento de las fuerzas ante deslizamiento conjunto longitudinal y lateral.

2.2.3. Modelo de fuerzas lineal

La aproximación más sencilla de las fuerzas que se producen en los neumáticos corresponde a un modelo lineal con el deslizamiento, el cual reproduce bien las fuerzas para pequeños valores de deslizamiento.

$$F_x = C_x \sigma_x \quad (2.3)$$

$$F_y = C_\alpha \alpha \quad (2.4)$$

Para ambos modelos, las constantes C_x y C_α corresponden a la pendiente de la curva de fuerza longitudinal y lateral respectivamente. Se eligen de tal forma que obtener la misma pendiente que la característica de fuerza real para deslizamientos pequeños.

2.2.4. Modelo de fuerzas brush

El modelo *brush* (o cepillo) es el que más se ha utilizado durante el desarrollo de esta tesis. El mismo modela al neumático como una fila de cerdas elásticas que tocan el plano del suelo y se puede desviar en una dirección paralela a la superficie de la carretera. Este modelo asume que la fuerza normal se distribuye en forma parabólica en el parche de contacto.

La elección de este modelo se realizó porque su expresión es relativamente simple, de relativo bajo costo computacional. Además, reproduce adecuadamente el comportamiento del neumático, especialmente en la zona de deslizamiento estable, y tiene la ventaja, con respecto a otros modelos como el de la fórmula mágica de Pacejka [37], de

utilizar pocos parámetros. Es por este motivo que se ha utilizado en diversos trabajos de estimación de variables y control relativos a dinámica vehicular [22, 28, 56].

En la bibliografía se encuentran tres versiones de este modelo (longitudinal, lateral y combinado). Las primeras dos modelan el comportamiento asumiendo que existe deslizamiento longitudinal (y no lateral) y viceversa. En cambio, el modelo combinado modela la existencia de deslizamiento combinado longitudinal y lateral. Los modelos longitudinal y lateral puros son simplificaciones del modelo combinado cuando el deslizamiento lateral y longitudinal es nulo, respectivamente.

Modelo longitudinal *brush*

El modelo *brush* ([38, p.418]) para la fuerza longitudinal se expresa como sigue:

$$F_{xij} = \begin{cases} \mu_S F_{zij} \left[3\theta\sigma_{xij} - \frac{1}{3} (3\theta\sigma_{xij})^2 + \frac{1}{27} (3\theta\sigma_{xij})^3 \right] & \text{si } \sigma_{xij} < \sigma_m \\ \mu_{Sj} F_{zij} & \text{si } \sigma_{xij} \geq \sigma_m \end{cases} \quad (2.5)$$

Donde,

$$\theta = \frac{C_x}{3\mu_S F_z}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{\theta}$$

Aquí $i = [f, r]$ (denota que la variable es delantera o trasera), $j = [l, r]$ (izquierda o derecha), C_x es un parámetro concentrado correspondiente a características físicas del neumático, F_z es la fuerza normal ejercida sobre el suelo, y σ_x el deslizamiento definido en (2.1). En este modelo μ_S es el valor que toma el coeficiente de rozamiento definido en el límite de deslizamiento estable. El mismo es una medición de la adherencia entre la rueda y el suelo.

En (2.5) se muestra que el modelo está definido para dos rangos de deslizamiento. En el intervalo $0 < \sigma_x < \sigma_m$ la fuerza longitudinal producida en el neumático es creciente con el deslizamiento (σ_x) y representa a la región estable de operación del neumático. En el intervalo $\sigma_x \geq \sigma_m$ la fuerza producida alcanza a su valor de saturación, independientemente del valor de deslizamiento. Esto quiere decir que en esta región el neumático no es capaz de producir más fuerza que el valor de F_{MAX} , aunque se incremente el torque aplicado a la rueda. En la Fig. 2.5 se muestra la comparación

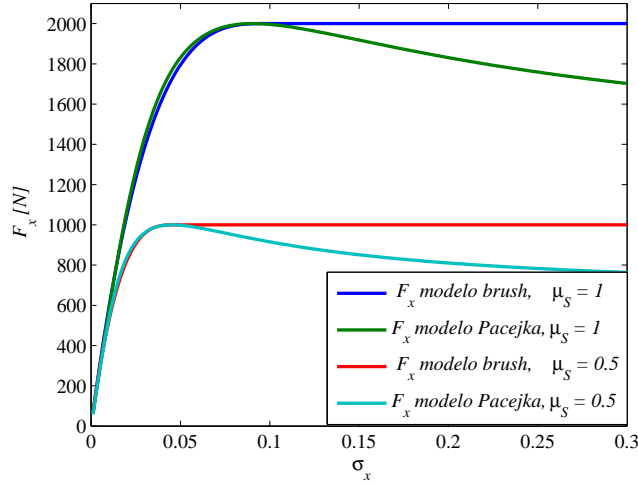


Figura 2.5: Modelos de fuerzas: Pacejka y *brush*.

entre el modelo *brush* y un modelo de neumático empírico de Pacejka (el cual reproduce muy bien el comportamiento de fuerzas de los neumáticos y en esta tesis se asume que el mismo representa la característica de fuerza real) para una fuerza normal de $F_z = 2000N$. Los parámetros del neumático modelado por Pacejka corresponden a los de un neumático real [57] y la constante del modelo *brush* se ajusta en $C_x = 67000$ para minimizar el error con respecto al modelo de Pacejka. Los parámetros presentados en [57] corresponden a un coeficiente de fricción unitario, por lo que usa el método de similaridad [58] para simular el comportamiento en la superficie de menor adherencia ($\mu_S = 0,5$). Como se aprecia, el modelo *brush* reproduce adecuadamente el comportamiento de la fuerza para la región estable de deslizamiento. Este modelo se utilizará en la sección 4 para realizar controles de tracción, los cuales mantienen a las ruedas de tracción en la región estable de deslizamiento. Por este motivo resultó adecuado utilizar el modelo *brush* como una buena aproximación de la fuerza real. Además, para el planteo posterior del control de tracción es importante destacar que el valor de σ_x correspondiente al F_{MAX} del modelo de Pacejka coincide con el inicio de la región de saturación ($\sigma_x \geq \sigma_m$) de la fuerza modelada por *brush*, tal como se muestra en la Fig. 2.5.

En la Fig. 2.6 se muestra el comportamiento de la fuerza de tracción en función

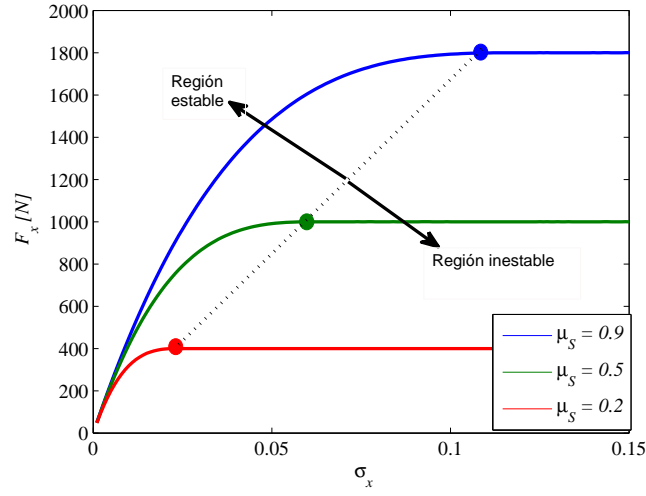


Figura 2.6: Modelo *brush* para distintas condiciones de suelo.

del deslizamiento para un neumático determinado, $F_z = 2000N$, $C_x = 50000$ y tres CDS distintas: $\mu_s = 0,9$ representa una condición de alta adherencia (p. ej. pavimento); $\mu_s = 0,6$ una condición de adherencia media (p. ej. asfalto mojado); $\mu_s = 0,2$ representa una CDS de muy baja adherencia (p. ej. hielo).

Se puede ver en (2.5) y en la Fig. 2.6 que para pequeños valores de σ_x la fuerza longitudinal se comporta como una función lineal de σ_x , de pendiente C_x e independiente de la condición de suelo. También se aprecia aquí que a medida que el neumático trabaja sobre una superficie de menor adherencia (a medida que disminuye μ_s) disminuye la fuerza máxima que el neumático puede transmitir al suelo. A fin de plantear controles de tracción, es importante destacar que el valor de σ_x correspondiente con la saturación de la fuerza varía considerablemente dependiendo de la condición (para $\mu_s = 0,9$ la fuerza satura en un valor de deslizamiento de aproximadamente $\sigma_x = 0,11$ y para $\mu_s = 0,2$ en $\sigma_x = 0,02$)).

Modelo lateral *brush*

El modelo *brush* ([38, p.416]) para la fuerza lateral se expresa como sigue:

$$F_{yij} = \begin{cases} \mu_S F_{zij} [3\theta\alpha_{ij} - \frac{1}{3}(3\theta\alpha_{ij})^2 + \frac{1}{27}(3\theta\alpha_{ij})^3] & \text{if } \alpha_{ij} < \alpha_S \\ \mu_S F_{zij} & \text{if } \alpha_{ij} \geq \alpha_S \end{cases} \quad (2.6)$$

donde

$$\theta = \frac{C_\alpha}{3\mu_{Sj}F_{zij}}$$

$$\alpha_S = \frac{1}{\theta}$$

C_α es un parámetro concentrado que depende de características físicas del neumático, F_z es la fuerza normal al neumático y α es el ángulo de deslizamiento lateral.

En este modelo, μ_S es el valor que toma el coeficiente de rozamiento cuando la rueda empieza a deslizarse lateralmente (cuando se pierde el control del vehículo), definido como la relación entre la máxima fuerza transmisible al suelo y la fuerza normal, para una dada condición de suelo,

En este modelo se destacan dos regiones: una región en la que la fuerza es proporcional al deslizamiento lateral ($0 \leq \alpha \leq \alpha_S$) y otra región en la cual la fuerza está saturada y solamente es proporcional al rozamiento del suelo y la fuerza normal ($\alpha > \alpha_S$). No se desea alcanzar esta región, ya que cuando las fuerzas están saturadas no se dispone de más fuerza disponible para mantener al vehículo estable.

Modelo longitudinal / lateral *brush*

El modelo combinado modelo longitudinal / lateral ([38, p.420]) se define como,

$$F_{ij} = \begin{cases} \mu_S F_{zij} [3\theta\sigma_{xij} - \frac{1}{3}(3\theta\sigma_{xij})^2 + \frac{1}{27}(3\theta\sigma_{xij})^3] & \text{si } \sigma_{xij} < \sigma_m \\ \mu_{Sj} F_{zij} & \text{si } \sigma_{xij} \geq \sigma_m \end{cases} \quad (2.7)$$

donde,

$$\sigma_{xij} = \sqrt{\sigma_{xij}^2 + \sigma_{yij}^2}, \quad (2.8)$$

$$\theta = \frac{C}{3\mu_{Sj}F_{zij}},$$

$$\sigma_m = \frac{1}{\theta},$$

F_{ij} es la fuerza total que ejerce el neumático, C es un parámetro concentrado que depende de características del mismo y F_z es la fuerza normal. σ_y es el deslizamiento lateral que se define como,

$$\sigma_{yij} = \frac{v_x}{R_e \omega} \tan(\alpha_{ij}) \quad (2.9)$$

Aquí, las fuerzas longitudinal y lateral se obtienen a partir de,

$$F_{xij} = \frac{\sigma_{xij}}{\sigma_{ij}} F_{ij} \quad (2.10)$$

$$F_{yij} = \frac{\sigma_{yij}}{\sigma_{ij}} F_{ij} \quad (2.11)$$

y se puede ver que la fuerza resultante es la suma geométrica de ellas.

$$F_{ij} = \sqrt{F_{xij}^2 + F_{yij}^2} \quad (2.12)$$

En el presente modelo, μ_s es el valor que toma el coeficiente de rozamiento una vez que la rueda comienza a patinar, o entra a la región inestable. Se define como la relación entre la máxima fuerza que se puede transmitir para una dada condición de suelo y la fuerza normal,

$$\mu_{sj} = \frac{F_{ij\max}}{F_{zij}} \quad (2.13)$$

Por lo tanto, μ_s se denomina coeficiente de rozamiento entre la rueda y el suelo, e identifica a una condición de suelo determinada.

Como un ejemplo, en la Fig. 2,7, la fuerza lateral (2.11) se representa como una superficie $F_y(\sigma_x, \alpha)$ para $\mu_s = 1$ y $F_z = 2500$ N. Para distintas maniobras de giro, F_y corresponde a algún punto sobre la superficie.

En la medida que el conductor acelera durante la trayectoria curva, se incrementa el deslizamiento longitudinal, lo que a su vez produce una pérdida de fuerza lateral (punto B en la Fig. 2.7). En esta situación el vehículo comienza a desviarse de su trayectoria, y el ángulo de deslizamiento lateral se debe incrementar para compensar la pérdida de fuerza lateral, alcanzando un nuevo punto de operación en C. En este punto, la fuerza lateral es igual a la del punto A, pero el deslizamiento lateral alcanza $\alpha = 0,35$ rad (aproximadamente 20 grados). En esta situación, una fuerza longitudinal

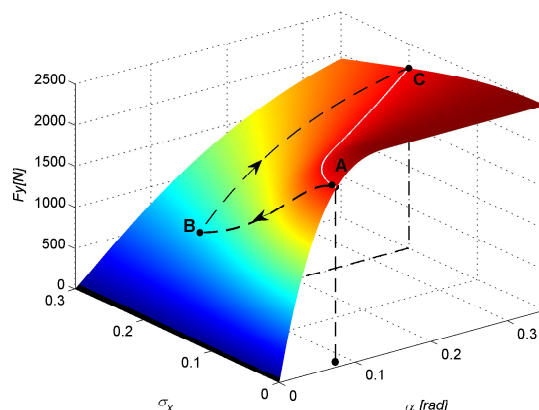


Figura 2.7: Fuerza lateral en función del deslizamiento longitudinal y el ángulo de deslizamiento lateral.

se transmite también, la que se corresponde con un deslizamiento longitudinal de $\sigma_x = 0,2$.

Para este ejemplo, se puede ver que si se requiere una aceleración longitudinal más grande (mayor deslizamiento longitudinal) es necesario un incremento del ángulo de deslizamiento lateral para continuar transmitiendo la misma fuerza lateral al suelo. Este ángulo puede ser muy elevado, y se le puede dificultar al conductor mantener el control del vehículo ([38], p.233). En esta situación, un control de tracción debería poder limitar la fuerza de tracción considerando no solamente la máxima fuerza que se puede transmitir al suelo para una determinada adherencia del suelo, sino también las fuerzas laterales (ver (2.13))

2.3. Modelo dinámico de un vehículo

Un vehículo es un sistema dinámico muy complejo. Si se asume al chasis como una masa concentrada con seis grados de libertad (los tres movimientos de rotación y las tres velocidades longitudinales) se necesitan 6 ecuaciones diferenciales para modelarlo. A su vez, si cada rueda se considera como una masa concentrada, cada una de ellas también aportaría 6 grados de libertad de movimiento, restringidos por su anclaje al chasis. El sistema de suspensiones también agrega más grados de libertad

al sistema dinámico, así como también si se consideran las propiedades dinámicas de los neumáticos. Un modelo más real de chasis (que considere deformaciones elásticas del mismo y no asuma que se trata de una masa concentrada), a su vez agregaría mayor complejidad al modelo.

Por este motivo, en la bibliografía se encuentra una gran variedad de trabajos relativos a modelado de vehículos, dependiendo el fin para el cual se realizó el modelo [59],[60].

Cuando el objetivo es realizar estimación de variables, control de tracción y control de estabilidad se utilizan distintos modelos simplificados, los cuales consideran distintas dinámicas dependiendo de la variable que se desea estimar o controlar. Los mismos se detallan a lo largo de este capítulo. Estos modelos en general describen la dinámica longitudinal, lateral o ambas del vehículo, simplificando las dinámicas que no modelan estos comportamientos con el objetivo de obtener un modelo con una cantidad reducida de ecuaciones diferenciales que permita plantear observadores y/o controles que se puedan implementar y correr en tiempo real en un controlador.

2.3.1. Modelo de chasis de seis grados de libertad

A continuación se presenta un modelo de vehículo considerando que el mismo es un cuerpo rígido cuya libertad de movimiento es de seis grados de libertad, siendo esta la primera simplificación que se realiza. El objetivo de este análisis es partir de un modelo relativamente completo del chasis, para luego mostrar las simplificaciones que se realizan en los distintos modelos utilizados a lo largo de la tesis.

2.3.2. Sistema de coordenadas

En dinámica de vehículos se definen dos sistemas de coordenadas relativos al chasis: un sistema de coordenadas global fijo a algún punto de la tierra (X_g, Y_g, Z_g), y otro sistema de coordenadas fijo al chasis (X, Y, Z), el cual pasa por el centro de masa del vehículo. Los modelos que se presentan en esta tesis se expresan en coordenadas fijas al chasis del vehículo.

Se definen tres velocidades longitudinales lineales v_x , v_y y v_z . Estas velocidades corresponden a la velocidad del centro de masa sobre cada uno de los ejes del sistema de coordenadas sobre el chasis del vehículo. Se definen tres velocidades angulares p , q y r , las cuales corresponden a las velocidades de rotación del chasis alrededor de los ejes fijos al chasis X , Y y Z respectivamente. Estas velocidades se denominan velocidad de rolido, de cabeceo y de guiño.

2.3.3. Ecuaciones de movimiento

A partir de las definiciones anteriores, y considerando las ecuaciones de movimiento de Newton y Euler es posible modelar al vehículo mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales, ([61, p.669])

$$\begin{bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum F_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{v}_x + qv_z - rv_y \\ \dot{v}_y + rv_x - pv_z \\ \dot{v}_z + pv_y - qv_x \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} \sum M_x \\ \sum M_y \\ \sum M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}I_x - qrI_y + prI_z \\ \dot{q}I_y - prI_x + pqI_z \\ \dot{r}I_z - pqI_x + prI_y \end{bmatrix}$$

En donde los términos

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x + qv_z - rv_y \\ \dot{v}_y + rv_x - pv_z \\ \dot{v}_z + pv_y - qv_x \end{bmatrix}$$

corresponden a la aceleración que experimenta el centro de masa en coordenadas fijas al chasis.

Un modelo completo de vehículo debería considerar a cada rueda del vehículo al menos como un cuerpo rígido de 6 grados de libertad de movimiento, del mismo modo que se modeló a la masa concentrada del chasis.

En esta tesis se asume que las velocidades lineales en el anclaje de la rueda con el chasis y la proyección de estas sobre el plano del suelo son iguales. Esta es una

buena aproximación ya que la diferencia de velocidades entre el punto de contacto de la rueda con el suelo y la que tendría el chasis si se extendiera físicamente hasta ese punto es muy pequeña.

Además, se considera solo movimiento de rotación de la rueda respecto de su eje (Y) el cual se mantiene en todo momento paralelo al eje y del chasis. (no se consideran movimientos en los ángulos de alineación del neumático)). Esto hace que cada rueda se modele con una ecuación diferencial que modela la rotación de la misma, tal como se describe en la siguiente sección.

2.4. Modelo de una rueda

En la bibliografía se encuentra el modelo de cuarto de vehículo [8], o de una rueda, en el cual se considera a cada rueda de tracción como un sistema independiente del vehículo. Este modelo de rueda es útil para plantear estimadores y/o controles de tracción longitudinales, ya que no considera las variables relativas a la dinámica lateral. La única variable de estado del mismo es la velocidad rotacional de la rueda, asumiendo a la velocidad longitudinal como un parámetro conocido.

Su expresión es la siguiente,

$$I_w \dot{\omega} = T - (F_x + F_r) r_d \quad (2.15)$$

Aquí, T representa el par aplicado por el motor, F_x la fuerza de tracción modelada por algún modelo de fuerzas (función del deslizamiento longitudinal (2.1) como los presentados en (2.2.4) o (2.2.3)), ω la velocidad angular de la rueda y F_r la resistencia de rodadura. I_w es el momento de inercia de la rueda y r_e el radio dinámico del neumático.

Existen distintos modelos de la resistencia de rodadura [62]. El más sencillo corresponde una fracción constante de la fuerza normal. En esta tesis se considera esta fuerza como una función lineal con la velocidad (2.16), en donde k_s y k_d son parámetros del modelo de rozamiento y v_t es la velocidad tangencial del neumático sobre el suelo.

$$F_r = F_z (k_s + k_d v_t) \quad (2.16)$$

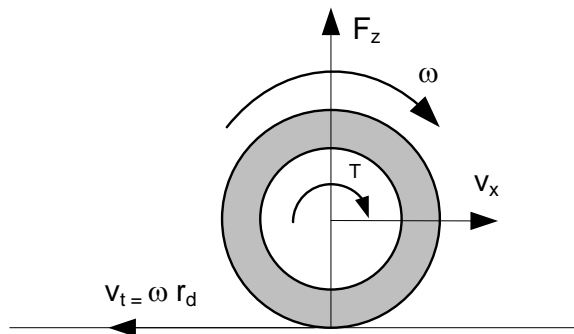


Figura 2.8: Modelo de una rueda.

2.5. Modelo de dinámica lateral

Este modelo considera al vehículo como una masa concentrada que se desplaza en un plano X-Y (Fig.2.9). Los movimientos considerados por este modelo son desplazamientos del centro de masa en el plano X Y, y rotación alrededor del eje Z. Mientras que se desprecian los efectos dinámicos de rolido y cabeceo. El movimiento a lo largo del eje X se asume como lentamente variante, por lo tanto no se considera la dinámica longitudinal (eje X).

Las consideraciones mencionadas

$$\begin{aligned} q &= v_z = 0 \\ \dot{v}_x &= \dot{v}_z = \dot{p} = \dot{q} = 0 \end{aligned}$$

hacen que en el sistema 2.14 el sistema de ecuaciones diferenciales se reduzca a,

$$\begin{aligned} \sum F_y &= F_{yf} + F_{yr} = m(\dot{v}_y + r v_x) \\ \sum M_Z &= F_{yf} l_f - F_{yr} l_r = I_z \dot{r} \end{aligned}$$

En donde las variables de estado son la velocidad lateral del centro de masa (v_y) y la velocidad de guiño (r).

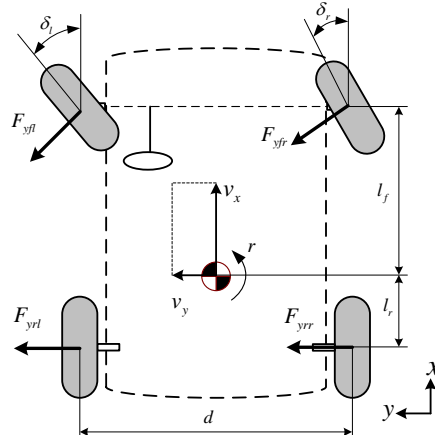


Figura 2.9: Modelo vehículo de dinámica lateral.

Despejando las derivadas de los estados se obtiene el siguiente modelo,

$$\begin{aligned}\dot{v}_y &= \frac{F_{yf} + F_{yr} - v_x r}{m} \\ \dot{r} &= \frac{F_{yf} l_f - F_{yr} l_r}{I_z}\end{aligned}\quad (2.17)$$

\dot{v}_y es la aceleración lateral del centro de masa y el término $v_x \dot{r}$ es la aceleración centrípeta producida por el movimiento circular del cuerpo y l_f y l_r las longitudes desde el centro de masa hacia los ejes delantero y trasero respectivamente. Las fuerzas laterales delanteras (F_{yf}) y traseras (F_{yr}) corresponden a la suma de fuerzas que se producen en las ruedas delanteras y traseras respectivamente, proyectadas en el eje Y,

$$F_{yf} = F_{yfl} \cos(\delta_l) + F_{yfr} \cos(\delta_r) \quad (2.18)$$

$$F_{yr} = F_{yrl} + F_{yrr} \quad (2.19)$$

Los ángulos de deslizamiento lateral se pueden expresar geoméricamente [38] para

cada rueda en función de las variables de estado,

$$\begin{aligned}\alpha_{fl} &= \delta_l - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_x - r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{fr} &= \delta_r - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r}{v_x + r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{rl} &= \arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_x - r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{rr} &= \arctan\left(\frac{v_y - l_r r}{v_x + r \frac{d}{2}}\right)\end{aligned}\tag{2.20}$$

donde δ_l y δ_r son los ángulos de dirección de cada rueda y d es el ancho del vehículo.

Para completar el modelo se deben expresar las fuerzas laterales en función de las variables de estado y otros parámetros. Las mismas son función de los ángulos de deslizamiento lateral, y además de la condición de suelo, y parámetros constructivos del neumático. Estas fuerzas quedarán expresadas según el modelo de neumático elegido, tal como se mostrará en las siguientes subsecciones.

2.5.1. Modelo de dinámica lateral con tracción diferencial

Tal como se explicará en las siguientes secciones, los sistemas de control de estabilidad controlan la fuerza longitudinal aplicada por las ruedas de forma independiente. Esta idea es posible incorporarla al modelo de dinámica lateral mediante un término ΔF_x , que corresponde al par que producen las fuerzas longitudinales que realizan las ruedas alrededor del eje Z del vehículo (conocido como momento de guiño) y lo utilizan los sistemas de control de estabilidad para corregir su trayectoria.

$$\begin{aligned}\dot{v}_y &= \frac{F_{yf} + F_{yr} - V_x r}{m} \\ \dot{r} &= \frac{F_{yf} l_f - F_{yr} l_r + \Delta F_x (d/2)}{I_z}\end{aligned}\tag{2.21}$$

En donde,

$$\Delta F_x = F_{xfl} + F_{xrl} - (F_{xfr} + F_{xrr})\tag{2.22}$$

2.6. Modelo de bicicleta

En estudios de estabilidad y maniobrabilidad de vehículos comúnmente se utiliza un modelo dinámico simplificado de dos grados de libertad, conocido como modelo

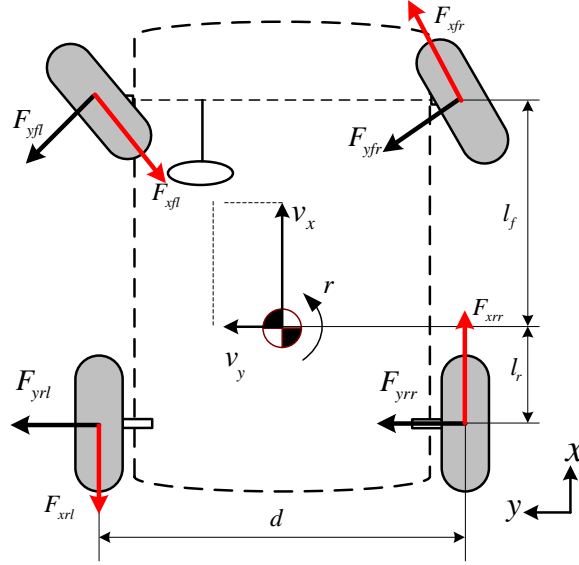


Figura 2.10: Modelo vehículo de dinámica lateral con tracción diferencial.

de bicicleta [29, 38, 43]. Ver Fig. 2.11.

En él se concentra el efecto producido por las dos ruedas delanteras y las dos ruedas traseras del vehículo en una única rueda delantera y una única rueda trasera, considerando al ángulo de giro δ es equivalente al promedio del ángulo de giro de las ruedas delanteras izquierda y derecha ($\delta = (\delta_l + \delta_r) / 2$).

Además se consideran a los ángulos de deslizamiento lateral a izquierda y a derecha del vehículo como el promedio de los mismos y se aproximan las funciones arco tangente inversa por su argumento para pequeños ángulos. A partir estas consideraciones y de (2.20) se obtiene,

$$\alpha_{fl} \simeq \alpha_{fr} \simeq \delta - \frac{v_y + l_f r}{v_x} \triangleq \alpha_f \quad (2.23)$$

$$\alpha_{rl} \simeq \alpha_{rr} \simeq -\frac{v_y - l_r r}{v_x} \triangleq \alpha_r \quad (2.24)$$

El modelo de fuerzas laterales utilizado es lineal con el deslizamiento lateral, el cual solamente es válido para pequeños ángulos de deslizamiento lateral (Ver subsección 2.2.3). El mismo no considera cambios en la adherencia del suelo, así como tampoco

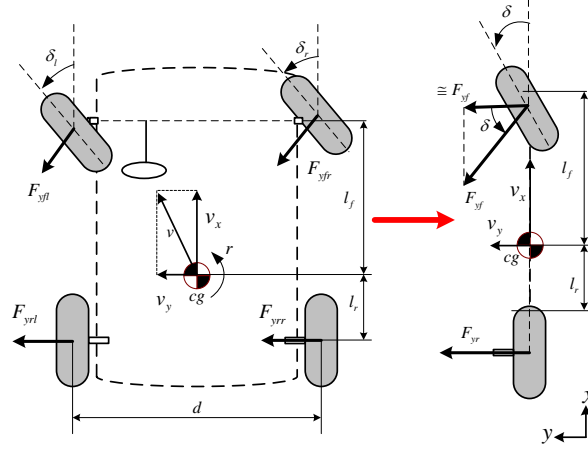


Figura 2.11: Modelo de bicicleta: simplificación de modelo lateral.

variaciones en las fuerzas normales de los neumáticos producto de transferencias de carga. Por último, se considera que la fuerza que realizan las ruedas delanteras apunta directamente en el eje Y , simplificándose en (2.18) el calculo de la proyección de la misma utilizando la función Coseno.

$$\begin{aligned} F_{yf} &= 2 C_{\alpha f} \alpha_f \\ F_{yr} &= 2 C_{\alpha r} \alpha_r \end{aligned} \quad (2.25)$$

Reemplazando (2.23) y (2.24) en (2.25), y (2.25) en (2.17) se obtiene un modelo lineal en espacio de estados conocido como modelo de bicicleta.

$$\dot{X} = A X + B u; \quad y = C x$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{mV_x} & -V_x - \frac{2(C_{\alpha f} l_f - C_{\alpha r} l_r)}{mV_x} \\ -\frac{2(C_{\alpha f} l_f - C_{\alpha r} l_r)}{I_z V_x} & -\frac{2(C_{\alpha f} l_f^2 - C_{\alpha r} l_r^2)}{I_z V_x} \end{pmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 2C_{\alpha f}/m \\ 2l_f C_{\alpha f}/I_z \end{bmatrix} \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ C_2 &= \begin{bmatrix} -\frac{2(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{mV_x} & -\frac{2(C_{\alpha f} l_f - C_{\alpha r} l_r)}{mV_x} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Los vectores fila C_1 y C_2 se expresan considerando las salidas habitualmente utilizadas en este modelo, que son las que se pueden medir con sensores inerciales: la

velocidad de guiño (r) y la aceleración lateral (a_y).

2.6.1. Modelo de bicicleta ampliado

En esta subsección se muestra un modelo que elimina una simplificación realizada en el modelo de bicicleta, con el objetivo que el mismo brinde ventajas a la hora de realizar control y/o estimación [49]. La simplificación que se realiza en la expresión de las fuerzas laterales para ángulos pequeños: considerar que la fuerza lateral que realizan en promedio los neumáticos delanteros no apunta en el eje Y , sino que lo hace en el sentido de la rueda delantera. Esto hace que las fuerzas laterales queden expresadas como sigue:

$$\begin{aligned} F_{yf} &= 2 C_{\alpha f} \alpha_f \cos(\delta) \\ F_{yr} &= 2 C_{\alpha r} \alpha_r \end{aligned} \quad (2.27)$$

Realizando esta consideración, y reescribiendo al modelo en forma de espacio de estados, se obtiene un modelo no lineal, cuyos coeficientes varían con el ángulo de dirección.

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \begin{pmatrix} -\frac{2(C_{\alpha f} \cos(\delta) + C_{\alpha r})}{mV_x} & -V_x - \frac{2(C_{\alpha f} l_f \cos(\delta) - C_{\alpha r} l_r)}{mV_x} \\ -\frac{2(C_{\alpha f} l_f \cos(\delta) - C_{\alpha r} l_r)}{I_z V_x} & -\frac{2(C_{\alpha f} l_f^2 \cos(\delta) - C_{\alpha r} l_r^2)}{I_z V_x} \end{pmatrix} \\ B(\delta) &= \begin{bmatrix} 2C_{\alpha f} \cos(\delta)/m \\ 2l_f C_{\alpha f} \cos(\delta)/I_z \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.28)$$

2.7. Modelo de dinámica de rolido

El modelo en el plano presentado en la sección 2.5 se puede ampliar para considerar la dinámica de rolido. Partiendo del mismo sistema de referencia de seis grados de libertad (2.14) y considerando ($q = v_z = 0$, $\dot{v}_z = \dot{p} = \dot{q} = 0$) el sistema de ecuaciones

diferenciales se reduce,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \end{bmatrix} &= m \begin{bmatrix} \dot{v}_x - \omega_z v_y \\ \dot{v}_y + \omega_z v_x \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sum M_x \\ \sum M_z \end{bmatrix} &= m \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x I_x \\ \dot{\omega}_z I_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Se puede ver que las ecuaciones dinámicas de v_y y r son idénticas a las presentadas en (2.17), por lo tanto las expresiones de sus derivadas son las mismas presentadas en 2.5. La ecuación longitudinal se analizará en la sección 2.8.

La rotación en rolido del chasis se realiza alrededor de un eje paralelo al eje X del vehículo. La altura de este eje queda definida por los centros de rotación de rolido delantero y trasero, los cuales dependen del sistema de suspensión utilizado. A partir de esta consideración y el modelo (2.29) queda,

$$\sum M_x = I_r \dot{p} \quad (2.30)$$

Donde I_r es el momento de inercia alrededor del eje de rolido. Asumiendo que la altura del centro de rolido es igual para los ejes delanteros y traseros, el momento de rolido se puede calcular como,

$$I_r = I_x + I_x(h_{cg} - h_r)^2$$

En donde I_x es el momento de rolido del chasis, h_{cg} es la altura del centro de masa y h_r la altura del centro de rolido al suelo.

Según [63], los momentos que se producen alrededor del eje de rolido (M_x) se pueden atribuir en forma simplificada a dos efectos, 1) la acción de las fuerzas laterales, que tienen a inclinar al vehículo cuando realiza una maniobra de giro y 2) el cambio de las fuerzas normales a cada lado del vehículo como resultado del cambio de fuerzas en las espirales y los amortiguadores de la suspensión

Asumiendo que la altura del centro de rolido es igual para el eje trasero y delantero, el primer efecto se modela como el producto entre la suma de las fuerzas laterales y

la altura del centro de rolido con respecto al suelo,

$$M_{x1} = (F_{yf} + F_{yr} + G\phi)h_r \quad (2.31)$$

Además en la ecuación 2.31 aparece un término $G\phi$ que modela la componente de la fuerza de gravedad que aparece sobre el vehículo cuando el mismo rota alrededor del eje de rolido.

El segundo efecto se puede modelar como una constante proporcional al ángulo de rolido, y otra constante proporcional a la velocidad de rolido (*roll stiffness* y *roll damping* respectivamente). Esto sería una forma concentrada de modelado del efecto de las suspensiones del vehículo, y a su vez del efecto de deflexión vertical de los neumáticos sobre la dinámica de rolido producto de los cambios de carga.

$$M_{x2} = r_s\phi + r_dp \quad (2.32)$$

Según [63] este modelo pierde efectividad en aceleraciones mayores a $0,5G$, debido a que los amortiguadores ya no se comportan de manera lineal para aceleraciones laterales elevadas.

Reemplazando (2.31) y (2.32) en (2.30) se obtiene,

$$I_r\dot{p} = (F_{yf} + F_{yr} + G\phi)h_r + r_s\phi + r_dp \quad (2.33)$$

El modelo en el plano presentado en la sección 2.5 se puede ampliar para considerar la dinámica de rolido, utilizando esta última ecuación diferencial, siempre y cuando se consideren los efectos de la dinámica de rolido sobre las fuerzas laterales, los cuales se describen en la siguiente subsección.

2.7.1. Influencia de la dinámica de rolido sobre las fuerzas laterales

A continuación se analizan tres efectos que provocan el movimiento del rolido sobre las fuerzas laterales (Ver [61] pag. 814).

Roll steer angle

Este efecto describe el cambio en el ángulo de dirección a causa de la deflexión de la suspensión delantera y se puede aproximar como proporcional al ángulo de rolido (ϕ). Para esto se define un coeficiente $C_{\delta\phi}$. Este cambio en el ángulo de dirección se define como,

$$\delta_\phi = C_{\delta\phi} \phi \quad (2.34)$$

y el mismo se suma al ángulo de dirección δ definido previamente, siendo δ_a el ángulo de dirección verdadero.

$$\delta_a = \delta + \delta_\phi = C_{\delta\phi} \phi \quad (2.35)$$

Tire roll rate effect

Este efecto modela el cambio de los ángulos de deslizamiento lateral producto de la velocidad de rolido del chasis. Los ángulos de deslizamiento lateral delantero y traseros presentados en (2.20) se modifican de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \alpha_{fl} &= \delta_{al} - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r - C_{\beta f} p}{v_x - r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{fr} &= \delta_{ar} - \arctan\left(\frac{v_y + l_f r - C_{\beta f} p}{v_x + r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{rl} &= \arctan\left(\frac{v_y - l_r r - C_{\beta r} p}{v_x - r \frac{d}{2}}\right) \\ \alpha_{rr} &= \arctan\left(\frac{v_y - l_r r - C_{\beta r} p}{v_x + r \frac{d}{2}}\right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

En donde $C_{\beta f}$ y $C_{\beta r}$ son coeficientes proporcionales a la altura del centro de rolido delantero y trasero respectivamente.

Camber trust effect

Este efecto modela el efecto del ángulo de rolido del vehículo sobre las fuerzas laterales que se producen en los neumáticos. Para incluirlo, a la ecuación de fuerzas laterales (F_y) (independientemente del modelo de fuerzas que se utilice) se le resta un término proporcional al ángulo de rolido.

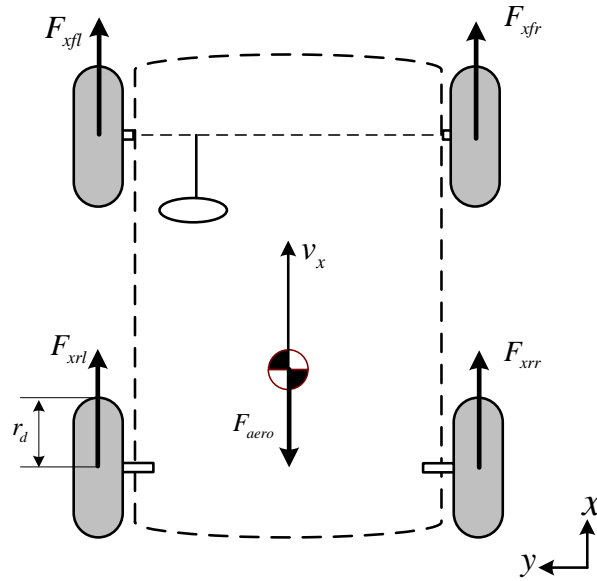


Figura 2.12: Modelo longitudinal.

$$F_{y\phi} = F_y - C_\phi \phi$$

2.8. Modelo de dinámica longitudinal

Este modelo considera un vehículo que se desplaza solamente en dirección longitudinal con velocidad variable, tal como se muestra en la Fig. 2.12.

Para obtenerlo se plantea la segunda ley de Newton en el eje X .

$$\sum F_x = m a_x$$

Despejando la aceleración longitudinal, asumiendo que el camino es plano y que las únicas pérdidas que aparecen son las producto del rozamiento aerodinámico, se obtiene un modelo compuesto por una ecuación diferencial, cuya variable de estado es la velocidad longitudinal v_x .

$$\dot{v}_x = \frac{F_{xij} - k_a v_x^2}{m} \quad (2.37)$$

donde m es la masa total, k_a es una constante proporcional a las pérdidas aerodinámicas. Las fuerzas F_{xij} ($i = f, r, j = l, r$) representan a las fuerzas ejercidas por cada una de las ruedas de tracción. El término proporcional al cuadrado de la velocidad corresponde a las pérdidas aerodinámicas. En este modelo no se considera la dinámica lateral, por lo tanto se debe respetar la restricción que $F_{xfl} = F_{xfr}$ y $F_{xrl} = F_{xrr}$ para que no aparezcan momentos de guiño sobre el vehículo.

En un modelo longitudinal es posible considerar la dinámica rotacional de las ruedas de tracción, a partir de plantear la suma de momentos angulares en cada una de ellas.

$$\sum M_\omega = I_\omega \dot{\omega}$$

Cada rueda de tracción agrega al modelo tanta ecuaciones diferenciales como ruedas de tracción tenga el vehículo, en donde las variables de estado son las velocidades angulares de las ruedas,

$$I_w \dot{\omega}_{rj} = T_{rj} - (F_{x rj} + F_{R rj}) R_d \quad (2.38)$$

cuyos términos son los mismos que se presentaron en 2.4.

2.9. Modelos de vehículo en el plano

Los modelos de vehículo hasta aquí presentados consideran las dinámicas longitudinales y laterales por separado. Se verá más adelante en esta tesis que fue necesario obtener un modelo que considere simultáneamente aspectos de la dinámica lateral y la longitudinal. Por este motivo se presentan a continuación dos modelos: ambos consideran la dinámica lateral, mientras que uno de ellos considera la dinámica rotacional de las ruedas, y otro la dinámica longitudinal.

2.9.1. Dinámica lateral y ruedas de tracción

A partir de los diferentes modelos descriptos en las secciones anteriores, se presenta aquí el modelo para un vehículo de 4 ruedas y tracción trasera (2.13), con el objetivo de

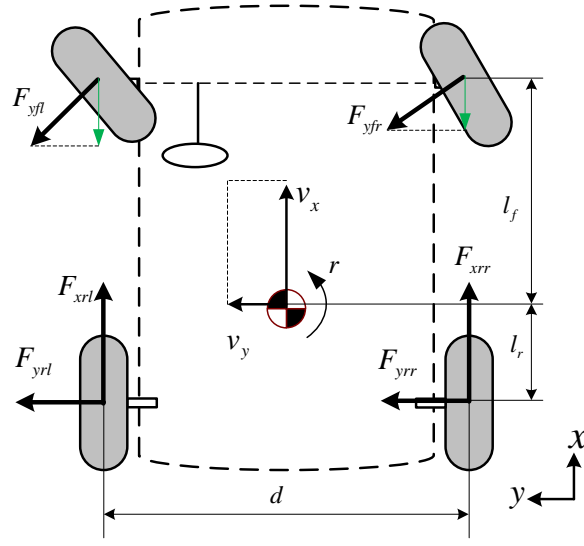


Figura 2.13: Modelo de vehículo de tracción trasera en el plano.

realizar estimación de variables. Este modelo considera la dinámica lateral presentada en 2.5 y la dinámica rotacional las ruedas de tracción presentada en (2.4). Las fuerzas se modelan utilizando el modelo longitudinal/lateral *brush* (2.7).

En este modelo la velocidad longitudinal se asume conocida. En esta tesis se lo utiliza posteriormente para plantear un observador en el cual la velocidad longitudinal no debe ser necesariamente constante, pero proviene de una medición.

Las fuerzas laterales (F_{yfl} , F_{yfr} , F_{yrl} , F_{yrr}) se calculan individualmente para cada una de las ruedas utilizando el modelo de fuerzas presentado en (subsección 2.2.4). Según este modelo las fuerzas laterales son función del deslizamiento longitudinal, los ángulos de deslizamiento lateral, la fuerza normal y la condición de suelo. En las ruedas delanteras (las cuales no traccionan), el deslizamiento longitudinal es muy pequeño, por lo tanto no se considera en el modelo. Considerando esto se definen las fuerzas sobre cada eje como,

$$F_{yf} = F_{yfl}(\alpha_f, \mu_{Sl}, F_{zfl}) + F_{yfr}(\alpha_f, \mu_{Sr}, F_{zfr}) \quad (2.39)$$

$$F_{yr} = F_{yrl}(\sigma_{xrl}, \alpha_{rl}, \mu_{Sl}, F_{zrl}) + F_{yrr}(\sigma_{xrr}, \alpha_{rr}, \mu_{Sr}, F_{zrr}) \quad (2.40)$$

El modelo presentado en esta subsección queda definido entonces por dos ecuaciones que modelan la dinámica lateral en el plano,

$$\begin{aligned}\dot{v}_y &= \frac{F_{yf} \cos(\delta) + F_{yr}}{m} - v_x r \\ \dot{r} &= \frac{F_{yf} l_f - F_{yr} l_r}{I_z}\end{aligned}\quad (2.41)$$

Y dos ecuaciones que modelan la dinámica de cada rueda de tracción ($j = l, r$) según (2.38),

$$I_w \dot{\omega}_{rj} = T_{rj} - (F_{xrl} + F_{xrr}) R_d \quad (2.42)$$

La fuerza longitudinal que se produce en cada rueda de tracción (F_{xrl} y F_{xrr}) se expresan también según (2.2.4) y al igual que las fuerzas laterales también son funciones del deslizamiento longitudinal, el ángulo de deslizamiento lateral, la fuerza normal y la condición de suelo.

2.9.2. Dinámica lateral y longitudinal

El siguiente modelo considera la dinámica en el plano del vehículo tal como se mostró en la sección 2.5, pero a diferencia del anterior, la velocidad no se la considera como un parámetro conocido, sino como un estado más. Las ecuaciones de la dinámica lateral quedan tal cual las que se presentan en 2.5. Para modelar la dinámica longitudinal se debe considerar la interacción de la dinámica lateral sobre la dinámica longitudinal.

En maniobras de giro al límite de deslizamiento la interacción de la dinámica lateral sobre la longitudinal es considerable, por lo cual no puede asumirse como constante. Este modelo se utiliza en la tesis para realizar análisis de estabilidad de vehículos, a diferencia del modelo anterior que se utiliza con fines de estimación.

Las consideraciones mencionadas ($q = v_z = 0, \dot{v}_z = \dot{p} = \dot{q} = 0$) hacen que en el sistema (2.14) el sistema de ecuaciones diferenciales se reduzca a,

$$\sum F_x = m a_x \quad (2.43)$$

donde la aceleración longitudinal está compuesta por

$$a_x = \dot{v}_x - v_y r \quad (2.44)$$

Con respecto a la suma de fuerzas en (2.43,) aparecen las mismas que fueron presentadas en (2.46), y además existe una proyección de las fuerzas laterales que se producen en las ruedas delanteras sobre el eje X , producto del ángulo de dirección. Estas fuerzas se muestran en color verde en la Fig. 2.13 y las mismas se oponen al avance del vehículo ya que se producen en sentido contrario a v_x . La suma de estas fuerzas se puede expresar como,

$$F_{x_{fy}} = F_{yfl} \cos(\delta_l) + F_{yfr} \cos(\delta_r) \quad (2.45)$$

Despejando \dot{v}_x de se obtiene una ecuación diferencial que modela la dinámica longitudinal en interacción con la lateral,

$$\dot{v}_x = \frac{F_{xrl} + F_{xrl} - F_{aero} - F_{x_{fy}} + v_y \dot{r}}{m} \quad (2.46)$$

$$F_{aero} = k_a v_x^2$$

El modelo de dinámica lateral y longitudinal queda expresado entonces por las ecuaciones presentadas en (2.17) y por (2.46).

$$\begin{aligned} \dot{v}_y &= \frac{F_{yf} \cos(\delta) + F_{yr}}{m} - v_x r \\ \dot{r} &= \frac{F_{yf} l_f - F_{yr} l_r}{I_z} \\ \dot{v}_x &= \frac{F_{xrl} + F_{xrl} - F_{aero} - F_{x_{fy}} + v_y \dot{r}}{m} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Donde F_{yf} y F_{yr} se calculan utilizando (2.39) y (2.40). Todas las expresiones de fuerzas longitudinales y laterales se calculan con algún modelo de fuerzas.

Los deslizamientos longitudinales (utilizados para calcular las fuerzas según el modelo seleccionado) se pueden asumir conocidos como mediciones, o es posible incorporar a este modelo la dinámica de las ruedas de tracción, del mismo modo que se hizo en el modelo de la sección anterior.

2.10. Modelo lateral cinemático

En la bibliografía se encuentra un modelo de dinámica lateral [35] utilizado con fines de estimación de la velocidad lateral, el cual se utilizará en la siguiente sección para mostrar una alternativa distinta a los estimadores de velocidad lateral que se proponen en este tesis. Este modelo se conoce como cinemático porque no utiliza parámetros del vehículo, sino que se basa en mediciones realizadas por sensores inerciales y un GPS.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{a}_{bias} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ a_{bias} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (a_y - r v_x) \quad (2.48)$$

La salida del sistema se define como la velocidad lateral v_y .

$$v_y = C \begin{bmatrix} v_y \\ a_{bias} \end{bmatrix}$$

2.11. Conclusiones

En la primera parte de este capítulo se explicó la característica de las fuerzas que se producen en los neumáticos (tanto longitudinales como laterales). Luego se mostraron distintos modelos de diferente complejidad matemática, los cuales reproducen estas características de fuerza con mayor o menor exactitud. Se mostraron modelos que reproducen las fuerzas longitudinales y laterales por separado, y se mostró un modelo (modelo longitudinal / lateral *brush*) que considera el efecto combinado de ambas fuerzas.

En la segunda parte de este capítulo se introdujo cualitativamente la complejidad que podría alcanzar un modelo muy detallado de la dinámica de un vehículo. Luego, partiendo de un modelo de vehículo de masa concentrada de seis grados de libertad, se aplicaron distintas simplificaciones del mismo con el objetivo de obtener modelos de un menor número de estados, dependiendo de la dinámica que se desea reproducir. Primero se mostraron modelos simplificados de una rueda y modelos de dinámica

lateral. Luego se muestran modelos en plano que consideran tanto la dinámica lateral como la longitudinal. También se realizó un análisis de la dinámica de rolido.

Los modelos aquí presentados se utilizarán con fines de estimación y control en los siguientes capítulos de esta tesis, en los cuales se podrá apreciar mejor la utilidad de las distintas simplificaciones que se desarrollaron en este capítulo, con el objetivo de obtener controladores y observadores de una cantidad de ecuaciones diferenciales reducidas, de acuerdo con el problema particular que se desea resolver.

Capítulo 3

Estimación de variables necesarias para el control de tracción

Para plantear controles de tracción basados en modelos de vehículos es necesario conocer la magnitud de las fuerzas longitudinales y/o laterales que se producen en los neumáticos. Estas fuerzas se pueden determinar utilizando mediciones directas por medio de sensores como se realiza en [29], pero los mismos no son prácticos ni económicos. Debido a esto, en general se calculan a partir de otras variables que pueden ser medidas o estimadas. Para el cálculo de las fuerzas es necesario conocer la condición de suelo (variable que modela la adherencia de la superficie sobre la cual circula el vehículo) y no puede ser directamente medida. Además si se considera la acción de un control de tracción durante maniobras de giro, es necesario conocer la velocidad lateral, que generalmente se obtiene mediante estimadores dado el alto costo de los sensores que pueden usarse para medirla. Por este motivo se presentan distintos métodos de estimación de la condición de suelo y de la velocidad lateral.

Como se presentó en el capítulo anterior, existen modelos de vehículo y de fuerzas en los neumáticos que son función del ángulo de rolido. Por este motivo en este capítulo se presentan también algunos métodos de estimación del mismo.

3.1. Mediciones habituales en vehículos

En esta sección se presentan las variables que son habitualmente medidas en vehículos equipados con control de tracción y/o estabilidad. Estas variables se usan directamente como entradas a los algoritmos de control que se presentan en el capítulo siguiente, y además son utilizadas por los estimadores que se presentan en este capítulo.

Las mediciones más comunes son,

- Velocidad angular de cada rueda.
- Angulo de dirección.
- Aceleraciones lineales (en los tres ejes)
- Velocidades angulares (en tres ejes)

Además algunos vehículos pueden utilizar variables provistas por un sistema de GPS (*Global Positioning System*) de una antena,

- Velocidad (módulo del vector velocidad).
- Angulo de heading

La velocidad angular de cada rueda en general se estima a partir de la medición de posición provista por encoders u otros sensores de posición. Existen distintos métodos para estimar la velocidad a partir de la medición de posición, dependiendo del tipo y resolución del sensor utilizado [64], los cuales van más allá del alcance de esta tesis. Por ello, en donde las velocidad angular de cada rueda se asume aquí una variable conocida.

En una aplicación práctica, el ángulo de dirección se mide sobre la columna de dirección. A partir de esto, conociendo el modelo del sistema de dirección, es posible calcular los ángulos de cada rueda directriz, los cuales en esta tesis se asumen conocidos.

Los sensores inerciales en general se ubican en el centro de masa del vehículo con el objetivo de medir aceleraciones lineales y velocidades angulares sobre el chasis del vehículo (se denominarán a_{xb} , a_{yb} , a_{zb} , p_b , q_b , r_b). Estas mediciones rotan con el movimiento de rolido y cabeceo del chasis, por lo tanto para utilizar las mismas en conjunto con modelos del vehículo en el plano puede ser necesario llevarlas desde el marco de referencia que rota con el vehículo al marco de referencia en el plano.

Entre ambos sensores inerciales, las mediciones que se ven más afectadas son las del acelerómetro, debido a que los mismos, además de medir las aceleraciones lineales del chasis, miden la aceleración de la gravedad (debido a que son sensores de fuerza). Un acelerómetro estático cuyo eje z está orientado con el eje Z del marco de referencia global mide la aceleración de la gravedad sobre el eje z ($a_{zb} = G$) y valores nulos de aceleración en las componentes ($a_{xb} = a_{yb} = 0$). Si el mismo rota aparecerán componentes de la gravedad en los ejes X e Y del acelerómetro, por lo tanto el mismo medirá valores no nulos en las componentes a_{xb} y a_{yb} . El análisis de este caso se realiza a continuación.

Medición con un acelerómetro

Un acelerómetro orientado con el sistema de coordenadas inercial mide,

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z + G \end{bmatrix}$$

donde a_x , a_y , a_z son las componentes de aceleración en un sistema de coordenadas en el plano del vehículo. Como el acelerómetro se coloca sobre el chasis del vehículo, para analizar la medición que se obtendría con un acelerómetro que rota un ángulo ϕ de rolido y un ángulo θ en cabeceo se multiplica al vector anterior por las matrices de rotación correspondientes,

$$\begin{bmatrix} a_{xb} \\ a_{yb} \\ a_{zb} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z + G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{xb} \\ a_{yb} \\ a_{zb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \cos(\theta) - \sin(\theta) [\cos(\phi) (G+a_z) - a_y \sin(\phi)] \\ \sin(\phi) (G+a_z) + a_y \cos(\theta) \\ \cos(\theta) [\cos(\phi) (G+a_z) - a_y \sin(\phi)] + a_x \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

De las tres componentes que mide el acelerómetro, en esta tesis se utiliza frecuentemente la medición de aceleración lateral a_{yb} . Asumiendo que la aceleración en el eje Z es nula, que los ángulos de rolido y cabeceo son pequeños, las funciones trigonométricas se pueden simplificar quedando,

$$a_{yb} \approx \phi G + a_y$$

En esta última expresión se puede ver que luego de las aproximaciones realizadas, la medición de aceleración lateral realizada por un acelerómetro se ve afectada por un término proporcional a la fuerza de gravedad y al ángulo de rolido. Por este motivo, en los estimadores que necesitan conocer la aceleración lateral en el plano, la misma se calculará a partir de la medición de aceleración lateral y el ángulo de rolido estimado (cuyo método de estimación se explicará al fin de este capítulo) como,

$$a_y = a_{yb} - \hat{\phi} G$$

Medición realizada con un giróscopo

Del mismo modo que sucede con el acelerómetro, el giróscopo rota con el chasis del vehículo, pero no tiene ningún efecto producido por la fuerza de gravedad.

$$\begin{bmatrix} p_b \\ q_b \\ r_b \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_b \\ q_b \\ r_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \cos(\theta) - \sin(\theta) [\cos(\phi) r - a_y \sin(\phi)] \\ \sin(\phi) r + q \cos(\theta) \\ \cos(\theta) [\cos(\phi) r - q \sin(\phi)] + p \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

Tal como se verá más adelante, a lo largo de este capítulo se utiliza frecuentemente la velocidad de guiño en el plano, la cual aproximando a las funciones trigonométricas para ángulos pequeños, se puede considerar que es la misma medición del giróscopo,

$$r_b = \cos(\theta) [\cos(\phi) r - q \sin(\phi)] + p \sin(\theta) \approx r$$

Estimación de la velocidad longitudinal

Para el diseño de los observadores y los controles de tracción que se plantearon en esta tesis se necesita una medición de la velocidad longitudinal del centro de masa del vehículo (v_x). Esta variable se puede medir de diversas formas (utilizando un GPS combinado con sensores inerciales [33], por efecto doppler utilizando sensores ultrasónicos [65], entre otros). También es posible asumir que el deslizamiento de las ruedas que no traccionan es muy pequeño, y utilizar a las mismas como medidores de velocidad longitudinal, a partir de la medición de la velocidad angular de las mismas.

En esta tesis se utiliza un modelo de vehículo con tracción trasera y sistema de dirección mecánico en las ruedas delanteras. De esta forma, la velocidad angular de cada rueda se puede expresar como,

$$\begin{aligned} \omega_{fl} R_e &= \sqrt{v_{xrf_l}^2 + v_{yrf_l}^2} \approx v_{xrf_l} \\ \omega_{fr} R_e &= \sqrt{v_{xrf_r}^2 + v_{yrf_r}^2} \approx v_{xrf_r} \end{aligned} \quad (3.1)$$

En donde v_{yrf_j} y v_{xrf_j} son las velocidades en el punto de tangencia de la rueda con el suelo (para $j = l, r$). Debido a que la velocidad longitudinal es mucho mayor que la lateral, se puede hacer la aproximación mostrada en (3.1).

Además, a partir de la Fig. 2.8 se puede ver que la velocidad longitudinal en el punto de tangencia de la rueda con el suelo se puede expresar como,

$$\begin{aligned} v_{xrf_l} &= v_x + \frac{d}{2}r \\ v_{xrf_r} &= v_x - \frac{d}{2}r \end{aligned}$$

De aquí se puede ver que si se promedian las velocidades angulares de ambas ruedas delanteras, se obtiene una estimación de la velocidad longitudinal.

3.2. Estimación de la velocidad lateral

En la literatura actual se han realizado diversos trabajos respecto a la estimación de la velocidad lateral (v_y). En [43] se utiliza un observador de perturbación basado en un modelo de bicicleta lineal de dos grados de libertad. En dicho trabajo se utiliza un algoritmo recursivo para estimar C_α y v_y (ver modelo de bicicleta: 2.26), y se propone un control directo de guiño basado en una referencia construida con resultados experimentales dando por conocida la velocidad longitudinal (v_x), con medición del ángulo de dirección. El observador propuesto es lineal y no se analiza el comportamiento del mismo ante variaciones de velocidad. En [30] se propone la estimación de v_y , los coeficientes C_α y las fuerzas laterales mediante cuatro observadores distintos del tipo filtro de Kalman extendido (EKF). En los cuatro casos analizados se miden el ángulo de dirección y la aceleración lateral. El observador que obtiene mejores resultados de estimación es el que utiliza la adaptación de los coeficientes C_α . En [29] se propone la estimación de v_y y los coeficientes C_α con un EKF utilizando módulos de medición de fuerza lateral en las ruedas sobre un VE con dirección activa (*steer-by-wire*). En dicho trabajo se propone un sistema de control cuyas variables de actuación son el par diferencial y el ángulo de dirección. La estrategia de estimación se basa en un control de inyección de perturbación y estima de v_y mediante mínimos cuadrados. Se obtienen buenos resultados de estimación de v_y , pero con el elevado costo agregado de los sensores para medir las fuerzas laterales. En [22] se realiza una estimación del deslizamiento lateral utilizando un observador no lineal y el modelo *brush* de neumático. Se emplean sensores de medición de fuerza y de momento de alineación de las ruedas delanteras. Se obtiene un buen desempeño en la estimación, pero al costo de agregar los sensores de fuerza, los cuales no son convencionales.

En todos estos trabajos no se muestran resultados de estimación para condiciones de velocidad longitudinal variable ni ángulos de dirección significativos (mayores a 6°), los cuales serían de interés analizar, dado que son condiciones que ocurren normalmente en las maniobras de un vehículo.

3.2.1. Estimación de la velocidad lateral con observador por modos deslizantes y modelo de bicicleta ampliado

En esta subsección se propone la estimación de la velocidad lateral del centro de masa (v_y) mediante un observador por modos deslizantes basado en un modelo de bicicleta modificado utilizando como mediciones la velocidad de guiño, el ángulo de dirección y la velocidad longitudinal. La velocidad v_y estimada permite luego calcular el ángulo de deslizamiento lateral. El correcto funcionamiento del observador es comprobado en simulación con un modelo dinámico completo del vehículo en diferentes condiciones de conducción, incluyendo velocidad longitudinal variable y ángulos significativos de dirección. Se muestran además, resultados del observador propuesto [49] utilizando mediciones reales sobre un prototipo de VE con el cual se cuenta en el laboratorio [41] a partir de la instalación de un acelerómetro/giróscopo al vehículo.

A partir de (2.26) se puede ver que la velocidad longitudinal v_x ingresa como un parámetro en la matriz $A(\delta)$. Por otro lado los coeficientes de rigidez $C_{\alpha f}$ y $C_{\alpha r}$ varían dependiendo la condición de suelo, tipo de neumático, presión, etc. Por estas razones es necesario que el observador utilizado sea robusto ante variaciones paramétricas del sistema y además permita compensar las dinámicas no modeladas.

Considerando la problemática planteada, en esta subsección se diseña un observador por modos deslizantes (*SMO*, *Sliding Mode Observer*), debido a sus características de robustez ante variación de parámetros, dinámicas no modeladas, y su estructura simple [66]. Se utiliza el modelo de bicicleta ampliado (2.28), para mejorar las prestaciones del estimador ante elevados ángulos de dirección.

A partir de las variables de estado definidas en el modelo dinámico (2.28) y considerando la disponibilidad de las mediciones de velocidad de guiño, velocidad longitudinal del vehículo, y ángulo de dirección, se propone la siguiente estructura de SMO,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A(\delta) \hat{x} + B(\delta) \delta + G e_2 + L \text{sign}(e_2) \\ y &= C x\end{aligned}\tag{3.2}$$

Donde,

$$e_1 = v_y - \hat{v}_y \quad (3.3)$$

$$e_2 = r - \hat{r} = r - C_1 \hat{x} \quad (3.4)$$

Se define,

$$A(\delta) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

A partir de (3.2) y (3.4) la dinámica del error de estimación resulta,

$$\begin{aligned} \dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= A(\delta) (x - \hat{x}) - \\ &- G (y - C \hat{x}) - L \operatorname{sign}(y - C \hat{x}) \end{aligned}$$

Donde,

$$G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

Aquí, G se calcula para ubicar los polos a lazo cerrado del sistema con una dinámica determinada; y l_2 se debe elegir de tal forma que el sistema entre en modo deslizante en la dinámica de guiño, lo cual se logra cumpliendo la siguiente condición,

$$l_2 > \max |a_{21} e_1 + (a_{22} - g_2) e_2|$$

Una vez que el observador ingresa al régimen deslizante, se puede demostrar que la dinámica del error de velocidad lateral cumple con,

$$\dot{e}_1 = \left(a_{11} - \frac{l_1}{l_2} a_{21} \right) e_1$$

Por lo tanto para garantizar convergencia asintótica del error la relación de ganancias l_1 y l_2 debe ser tal que,

$$\left(a_{11} - \frac{l_1}{l_2} a_{21} \right) < 0$$

Resultados de simulación

A continuación se muestran y comparan resultados de simulación obtenidos con un observador de Luenberger lineal y con el SMO propuesto para diferentes maniobras y condiciones de velocidad longitudinal. A diferencia del observador SMO que se basa en el modelo (2.28), el observador de Luenberger se basa en el modelo lineal de bicicleta de parámetros constantes (2.26), esto es,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A \hat{x} + B \delta + G_l e_2 \\ y &= C x\end{aligned}$$

donde las matrices A y B son las definidas en (2.28).

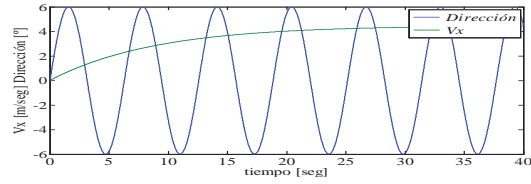
Los resultados de estimación son contrastados con la simulación de un modelo de un vehículo completo en el plano, el cual contempla las dinámicas longitudinal y lateral y además hace uso de un modelo no lineal para las fuerzas laterales y longitudinales producidas en las ruedas (modelo de Pacejka [67]).

Simulación 1

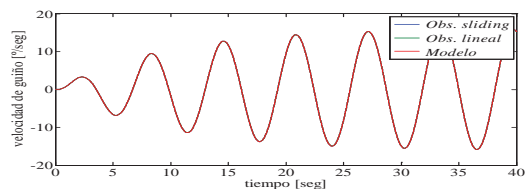
Se realizan maniobras tipo eslalon (entrada de dirección sinusoidal) a velocidad variable (0 a 4,5 m/s) con un ángulo de dirección máximo bajo (6 grados) (Fig. 3.1(a)). En este ensayo el observador lineal se comporta en forma similar al SMO. Se puede apreciar la convergencia de la velocidad de guiño para ambos observadores (Fig. 3.1(b)). En ambos casos se obtienen estimaciones de v_y y deslizamiento lateral con un error aceptable para el control de dinámica de un vehículo (Fig. 3.1(c) y Fig. 3.1(d)). Los valores máximos de error de estimación que se producen durante la simulación se muestran en la Tabla 1.

Simulación 2

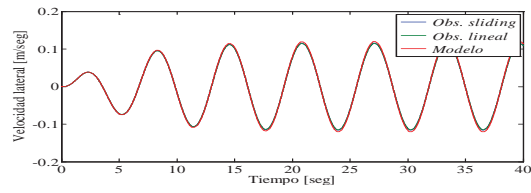
Se realizan maniobras eslalon a velocidad variable (0 a 4,5 m/s) con un ángulo de dirección máximo grande (23 grados). Como se puede apreciar, en esta simulación el error de estimación de r del observador lineal es mayor (3 % de error relativo, no se aprecia en la figura) a diferencia del observador SMO, en donde el error converge a



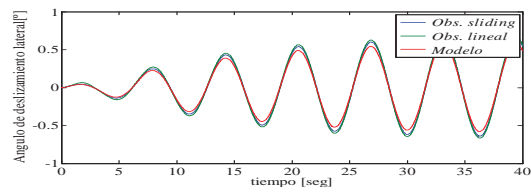
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.1: Simulación 1: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección δ ; (b): velocidad de guiño r ; (c): velocidad lateral v_y ; (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero α_f

cero (3.2(b)). A pesar de que este error de estimación no es trascendente, no ocurre lo mismo con v_y y el deslizamiento lateral (Fig. 3.2(c) y Fig. 3.2(d)). En el intervalo de mayor aceleración del vehículo (entre 0 y 15 seg.) el observador lineal presenta un error de estimación del deslizamiento lateral no aceptable para las necesidades de un control de estabilidad (Fig. 3.2(d)). En la tabla 1 se muestran los errores máximos de estimación producidos en ambas simulaciones.

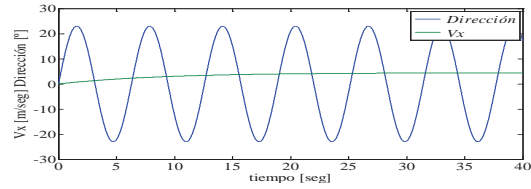
	Sim.Nº	e_r	e_{v_y}	e_{α_f}
Obs.lineal	1	0 %	5 %	16 %
Obs.SMO	1	0 %	4 %	11 %
Obs.lineal	2	3 %	9 %	600 %
Obs.SMO	2	0 %	1 %	6 %
Obs.lineal	3	1 %	9 %	6 %
Obs.SMO	3	0 %	11 %	7 %

Simulación 3

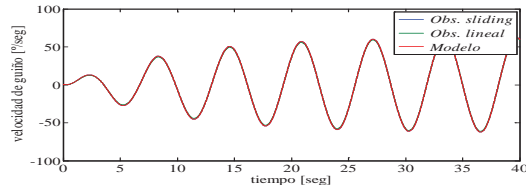
En esta simulación se pretende analizar el comportamiento de los observadores ante una variación de -15 % de los coeficientes de rigidez. Los perfiles de velocidad y dirección son los mismos que para el ensayo 1. Por cuestiones de espacio no se muestran las gráficas, sino que solamente se reproducen los errores relativos de estimación en la tabla 1, en donde se puede apreciar que para ambos observadores se obtienen errores de estimación similares y aceptables. Para variaciones de parámetros mayores a 50 % no se obtienen resultados aceptables de estimación, quedando como trabajo a futuro proponer un observador que sea adaptivo a diferentes condiciones de suelo.

Resultados experimentales

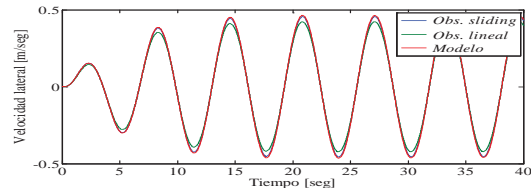
A continuación se presentan resultados del observador SMO utilizando como entradas datos experimentales adquiridos previamente sobre un vehículo eléctrico. La velocidad longitudinal fue calculada como el promedio de las velocidades angulares medidas en las ruedas traseras. El ángulo de dirección fue obtenido a través de un potenciómetro instalado en el eje del volante, y la velocidad de guiño fue medida con



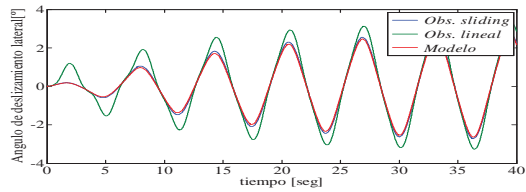
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.2: Simulación 2: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección δ ; (b): velocidad de guiño r ; (c): velocidad lateral v_y ; (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero α_f

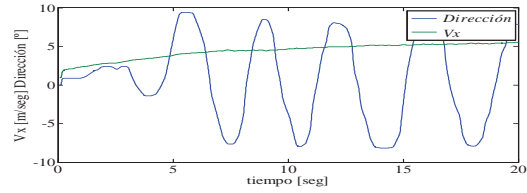
un giróscopo. El proceso de medición de estas variables se describe en el apéndice B. Debido a que aún no se dispone de un instrumento para medir v_y en forma directa y contrastarla con la estimada por el observador, como primera etapa de investigación solamente se muestran resultados preliminares de la aplicación del SMO a este caso.

Ensayo sobre asfalto seco

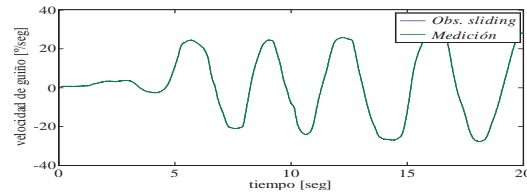
Se realizó un ensayo sobre un camino asfaltado a una velocidad longitudinal creciente (desde 4,5 m/s a 7 m/s). Durante el trayecto se realizaron maniobras del tipo eslalon (Fig. 3.3(a)). Se puede observar de la Fig. 3.3(b) que la velocidad de guiño estimada sigue prácticamente a la medida para toda la maniobra. En las figuras 3.3(c) y 3.3(d) se muestran las estimaciones de v_y y el deslizamiento lateral obtenidas con el SMO. A pesar que estas estimaciones no pueden ser validadas, se han obtenido valores en el orden esperado y se ha probado la convergencia de la velocidad de guiño del SMO. Como trabajo a futuro se realizará la validación de estas estimaciones con las correspondientes mediciones.

Obtención de los C_α nominales

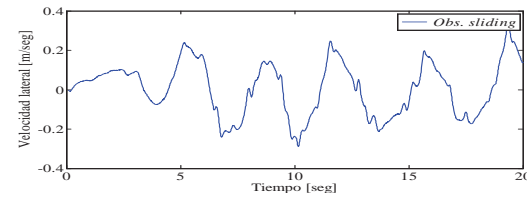
Para conocer los valores nominales de los coeficientes C_α sobre asfalto seco se realizaron maniobras de eslalon con ángulos de dirección pequeños (para que sea válido el modelo lineal) y se contrastó la velocidad de guiño medida con la estimada obtenida con un modelo de bicicleta a lazo abierto, el cual fue alimentado con los valores experimentales de v_x y ángulo de dirección. Se ajustó el valor de los coeficientes para que los errores entre las velocidades de guiño medida y las reproducidas por el modelo sean mínimos. Luego de este proceso se obtuvo un valor de coeficiente delantero y trasero de 12000 N/rad. Este valor fue el utilizado como el valor nominal en los observadores.



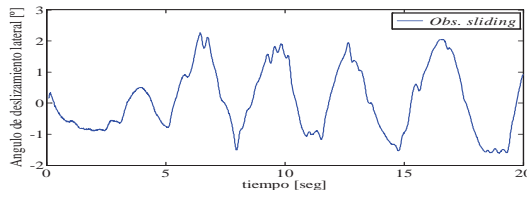
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.3: Resultados experimentales: (a) Velocidad longitudinal (v_x) y ángulo de dirección (δ); (b): velocidad de guiño (r) ; (c): velocidad lateral (\hat{v}_y); (d): ángulo de deslizamiento lateral delantero ($\hat{\alpha}_f$)

3.2.2. Estimación de la velocidad 'cinemática' utilizando un GPS de una antena

En esta subsección se presenta una alternativa a la estimación de v_y basada en modelos realizada en la subsección anterior y la que se realiza en siguientes secciones. Este método se conoce como método cinemático [35] y se basa en la fusión de datos de diversos sensores. Tiene como ventaja en que el mismo es completamente independiente de los modelos de fuerza del neumático y del modelo del vehículo, pero depende de las mediciones realizadas por un GPS, cuya señal puede no estar siempre disponible por diversos factores.

El modelo utilizado se describe en la sección 2.48. En el mismo se pueden ver dos estados: la velocidad lateral y un término a_{bias} que se utiliza para estimar la diferencia que existe entre la medición de aceleración lateral provista por el acelerómetro y la aceleración lateral real (offset del acelerómetro, componentes de la gravedad, etc). Además se incluye un vector G que representa como ingresa la incertidumbre en el modelo (σ_q). A partir de esto se plantea una estrategia de estimación utilizando un filtro de Kalman,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{a}_{bias} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ a_{bias} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (a_y - r v_x) + G \sigma_q \quad (3.6)$$

En este sistema son mediciones la velocidad longitudinal (v_x), la aceleración lateral (a_y), la velocidad de guiño (r), la velocidad medida por el GPS (V_{GPS}) y el ángulo de *heading* (ψ) medido por el GPS. La velocidad medida por el GPS corresponde al módulo de la velocidad del vehículo, y se considera que la misma se encuentra en el plano ($V = v_x^2 + v_y^2$). El ángulo de heading es en ángulo global del vector velocidad V .

Utilizando estas mediciones es posible realizar una estimación del ángulo de deslizamiento lateral del vehículo β como,

$$\hat{\beta}_{GPS} = \Delta v_{GPS} - \int r$$

donde $\int r$ es la integral de la velocidad de guiño en un intervalo de tiempo y Δv_{GPS}

es la diferencia entre los ángulos de heading en el intervalo de tiempo que se realiza la mencionada integral.

A partir de $\hat{\beta}_{GPS}$ es posible calcular una velocidad lateral estimada, como se muestra en (3.7). La incertidumbre de esta variable estimada es alta, ya que la misma se calcula del ángulo $\hat{\beta}_{GPS}$, el cual fue a su vez estimando haciendo una integración a lazo abierto de la velocidad de guiño.

$$v_{yc} = v_{GPS} \sin \left(\hat{\beta}_{GPS} \right) \quad (3.7)$$

Para obtener una mejor estimación de la velocidad lateral se propone estimarla mediante un filtro de Kalman, en el cual el error de estimación se calcula como $e_{v_y} = v_{yc} - C \hat{x}$, donde $C = [1 \ 0]$.

Se utilizó la versión digital del filtro de Kalman. Para esto se discretizó el sistema (3.6) con una frecuencia de muestreo de 1 kHz, obteniéndose,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{a}_{bias} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0,001 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ a_{bias} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,001 \\ 0 \end{bmatrix} (a_y - r v_x) + \begin{bmatrix} 0,0009995 \\ 0,001 \end{bmatrix} \sigma_q$$

y la salida del sistema es $y = v_y + \sigma_r$, donde σ_r modela al ruido de medición.

Las ecuaciones del filtro de Kalman discreto son las siguientes, las cuales se ejecutan cada periodo de muestreo $T_s = 0,001s$ en el lazo principal del filtro,

La estimación previa de v_y se calcula de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \beta(k) &= v - \cos(\text{int}_r) \\ v_x(k) &= v_{GPS} \cos(\beta(k)) \\ u(k-1) &= a_y(k) - v_x(k) r(k) \\ y(k) &= v_{GPS} \sin(\beta(k)) \end{aligned}$$

Donde int_r es la integral discreta del ángulo de heading en el intervalo de la maniobra considerada. Luego se realiza la predicción del estado y la varianza,

$$\begin{aligned} x_{(k|k-1)}(k) &= A x_{(k|k)}(k-1) + B u(k-1) \\ P_{(k|k-1)}(k) &= A P_{(k|k)}(k-1) A' + G \sigma_q G' \end{aligned}$$

Y por último se realiza la actualización del estado y la varianza,

$$\begin{aligned} s(k) &= C P_{(k|k-1)}(k) C' + \sigma_r \\ W(k) &= P_{(k|k-1)}(k) C' s(k)^{-1} \\ v(k) &= y(k) - C x_{(k|k-1)}(k) \\ x_{(k|k)}(k) &= x_{(k|k-1)} + W(k)v(k) \\ P_{(k|k)} &= (I - W(k) C) P_{(k|k-1)} (I - W(k) C)' + W(k) \sigma_r W(k)' \end{aligned}$$

donde P es la matriz de covarianzas y W es la ganancia del filtro.

La integral de la velocidad de guiño r se calcula en forma discreta como sigue,

$$\text{int}_r(k+1) = \text{int}_r(k) + r T_s$$

donde T_s es el tiempo de muestreo (0,001s). La frecuencia de actualización del GPS es de 0,2 s, la actualización del estado y la varianza solamente se realiza una medición nueva del GPS. Caso contrario se ejecuta solamente la predicción del estado y de la varianza, que equivale a integrar al sistema a lazo abierto.

A continuación se muestran los resultados de estimación obtenidos a partir de una simulación en CarSim de un vehículo realizando una maniobra tipo eslabon y una velocidad longitudinal de 80 km/h. Tanto a la medición de aceleración lateral como a la del ángulo de heading se le agregan ruido gauseano para simular una condición real de medición.

En la Fig. 3.4(a) se muestra el resultado obtenido en la estimación de la velocidad lateral, destacándose que las fuerzas laterales se encuentran en la region no lineal.

En [35] se propone asumir que el término a_{bias} estimado corresponde solamente al efecto que produce la componente de la gravedad en la medición de aceleración lateral producto de la inclinación del vehículo en rolido (ϕ), es decir, considera que $a_{bias} = G\phi$. A partir del valor de a_{bias} estimado, se calcula el ángulo de rolido y se muestra en la Fig.3.4(b). Se puede apreciar una diferencia de fase entre el valor real y su estimación, la cual según [35] se debe al modelo simplificado utilizado, y a la consideración que la medición de la aceleración lateral solamente está afectada por la componente de la gravedad.

En el estimador planteado se pudo verificar la estimación de la velocidad lateral con respecto a la 'real' provista por el simulador. Pero si la estimación se realizara

sobre un vehículo real la misma solamente se podría verificar utilizando un costoso medidor de velocidad lateral. Para los casos en los que no se cuenta con un medidor que permita medir la variable estimada y se desea verificar una correcta estimación, existen herramientas que se utilizan para verificar la consistencia del filtro de Kalman [68], las cuales permiten conocer si existen error de estimación producto de dinámicas no modeladas, y si fueron elegidos correctamente los valores de ruido de proceso y de medición ($\sigma_q = 0,8$ y $\sigma_r = 0,03$).

Este estimador se verificó utilizando dos herramientas: la magnitud de la observación y la innovación cuadrática media. Ambas herramientas calculan una variable a partir del error de estimación, y dos cotas. Si las incertidumbres σ fueron elegidas correctamente y no existen grandes dinámicas no modeladas, la variable quedará acotada dentro de ambas cotas. Caso contrario se deben revisar los valores de ruido elegidos o el modelo dinámico. Ambos indicadores se muestran en las figuras 3.4(c) y 3.4(d)

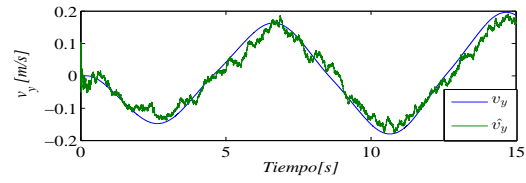
3.3. Observador no lineal de Luenberger

A lo largo de esta tesis se presentan distintas estrategias de estimación tal como estimación paramétrica recursiva, no recursiva, filtro de Kalman, observadores sliding y observadores no lineales de Luenberger. Este último se utiliza en varias de las secciones siguientes de este capítulo, por lo tanto el mismo se presenta a continuación.

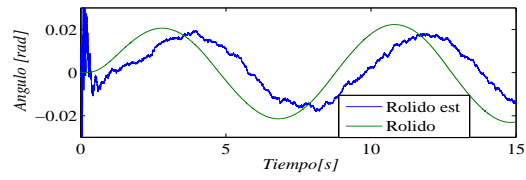
El desarrollo parte de considerar un sistema no lineal afin al control expresado como,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

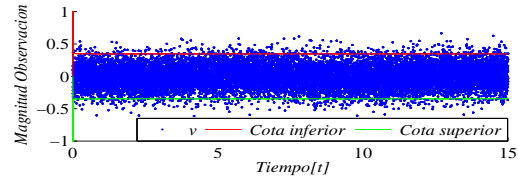
es posible diseñar un observador del tipo Luenberger no lineal que permita estimar los estados x [69]. El mismo se diferencia del observador lineal de Luenberger en el agregado de un término de ajuste de las ganancias $G(\hat{x})$ el cual es función de las



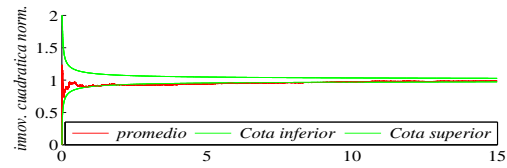
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.4: (a) Velocidad lateral real y estimada; (b): Ángulos de rolido real y estimados; (c): Magnitud de la innovación; (d): Promedio innovación cuadrática

variables de estado. Su estructura es la siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + G(\hat{x})(y - h(\hat{x})) \\ \hat{y} &= h(\hat{x})\end{aligned}$$

Para poder diseñar la matriz de ganancia que lleve el error de la estimación a cero en un tiempo finito se debe encontrar una transformación no lineal de coordenadas que permita separar el sistema en una parte lineal e invariante en el tiempo y otra no lineal ($\rho(z)$). El sistema queda expresado en nuevas coordenadas (z) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Az + \rho(z) \\ y &= Cz\end{aligned}\tag{3.8}$$

Para este sistema en las nuevas coordenadas z se propone el siguiente observador:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}} &= A\hat{z} + \rho(\hat{z}) + L(y - C\hat{z}) \\ \hat{y} &= C\hat{z}\end{aligned}$$

donde L es una matriz con coeficientes constantes, que se diseña considerando que el término que concentra las no linealidades ($\rho(\hat{z})$) es nulo. La ecuación dinámica del error ($e = z - \hat{z}$) queda como sigue:

$$\dot{e} = (A - LC)e + (\rho(z) - \rho(\hat{z}))$$

Sea entonces $z = \Gamma(x)$ la transformación de coordenadas que relaciona las variables x y z . Si el término $\rho(z)$ es Lipschitz y $\left|\frac{\partial \Gamma(\hat{x})}{\partial \hat{x}}\right| \neq 0$ en el rango de operación del sistema, el error de estimación converge asintóticamente a cero con velocidad deseada [69]. Las ganancias L se eligen entonces en función de los autovalores deseados para $(A - LC)$.

La estructura del observador en coordenadas x queda como se muestra en (3.9). Esta ecuación es la que se utiliza en la implementación del observador.

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u + \left(\frac{\partial \Gamma(\hat{x})}{\partial \hat{x}}\right)^{-1} L(y - h(\hat{x}))\tag{3.9}$$

La transformación que permite llevar al sistema a la forma (3.8) se puede elegir

derivando sucesivamente la salida, de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
 z_1 &= y = h(x), \\
 z_2 &= \dot{z}_1 = \frac{\partial h(x)}{\partial x} f = L_f h \\
 z_3 &= \dot{z}_2 = \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x} f = L_f^2 h \\
 &\vdots \\
 z_n &= \dot{z}_{n-1} = \frac{\partial L_f^{n-2} h(x)}{\partial x} f = L_f^{n-1} h \\
 \dot{z}_n &= \frac{\partial L_f^{n-1} h(x)}{\partial x} f = L_f^n h
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Siendo $\Gamma(\hat{x}) = [z_1, \dots, z_n]'$ y en donde $L_f h$ representa a la derivada de Lie de la función escalar h con respecto a la función vectorial f .

Esta transformación hace que el sistema presentado en (3.8) tenga la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \rho(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial L_f^{n-1} h(x)}{\partial x} f \end{bmatrix}, \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

La matriz $\frac{\partial \Gamma(\hat{x})}{\partial \hat{x}}$ se conoce como la matriz de observabilidad no lineal del sistema. La misma es una matriz que es función de los estados y debe ser invertible en todo el rango de operación del sistema. Se le puede permitir no ser invertible en puntos aislados, debiendo hacer alguna consideración numérica para poder salvar el cálculo de la inversa que requiere (3.9).

3.4. Estimación de la condición de adherencia utilizando un modelo longitudinal

En esta sección se proponen dos alternativas de observadores de la condición de adherencia para un vehículo eléctrico. Ambos observadores se utilizan en conjunto con sistemas de control de tracción que se presentan en el siguiente capítulo.

Estos observadores fueron diseñados basados en los parámetros físicos del prototipo de vehículo eléctrico disponible en el laboratorio del GEA-UNRC ([41]). El mismo cuenta con ruedas directrices delanteras y dos motores de tracción individuales en las ruedas traseras, los cuales en este diseño se supone que pueden entregar su par nominal a cualquier régimen de operación.

Dado que esta configuración permite controlar independientemente el par que se aplica a cada rueda de tracción, para el diseño del observador se utiliza un modelo dinámico simple que describe la dinámica rotacional individual de cada una de las ruedas de tracción y su interacción con el suelo (ver sección 2.4).

$$I_w \dot{\omega}_j = T_j - (F_{xj} + F_r)r_e \quad (3.12)$$

Aquí, T_j representa el par aplicado por el motor, F_{xj} las fuerzas de tracción de cada una de las ruedas traseras ($j = l, r$), ω_j la velocidad angular de la rueda y F_r la resistencia de rodadura. I_w es el momento de inercia de la rueda y r_e el radio efectivo del neumático. El modelo de fuerza corresponde a (2.5) y se puede que esta expresión depende del parámetro μ_S , el cual modela la condición de suelo. En esta sección μ_{Sj} representa la condición de suelo a cada lado del vehículo ($j = l, r$). Para el planteo del observador se consideran disponibles las mediciones que se detallan en el apéndice ?? . Las fuerzas normales se estiman como se realiza en [27], empleando para ello un acelerómetro.

Se puede ver que las ecuaciones que describen la dinámica de la rueda (3.12) y su interacción con el suelo (2.5) constituyen un sistema no lineal. El punto de operación del sistema es muy variable dependiendo la velocidad del vehículo, la aceleración requerida por el conductor, la condición de suelo. Debido a esto no es viable aplicar técnicas de estimación lineales y por lo que se propone estimar la condición de suelo mediante un observador no lineal.

3.4.1. Observador para estimar la condición de suelo

El observador propuesto utiliza el modelo descrito en 3.12, considerando a la condición de suelo (modelada por μ_{Sj}) como un parámetro lentamente variante, el cual

se pretende estimar. Así, utilizando el método presentado en la sección, el observador para estimar la velocidad angular y la condición de suelo en cada rueda de tracción resulta,

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}_{rj} = \frac{T_j - (F_{xrrj} + F_{rj})r_d}{I_w} + g_1(\omega - \hat{\omega}) \\ \dot{\hat{\mu}}_{sj} = g_2(\omega - \hat{\omega}) \end{cases} \quad (3.13)$$

La matriz de ganancia $G_j(\hat{x})$ se calcula como el producto entre la inversa del jacobiano de $\Gamma_j(x)$ y las ganancias constantes L_j ,

$$G_j(\hat{x}) = \begin{bmatrix} g_{1j} \\ g_{2j} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \Gamma_j(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

y la transformación que surge a partir de considerar a la velocidad angular de la rueda como salida (3.10) es la siguiente,

$$\Gamma_j(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ \frac{\partial \hat{\omega}_{rj}}{\partial \hat{x}} \cdot f(\hat{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ \frac{r_d}{I_w} \left(F_{zj}F_{rj} - c_x \hat{\sigma}_{xrrj} + \frac{c_x^2 \hat{\sigma}_{xrrj}^2}{3F_z \hat{\mu}_{sj}} - \frac{c_x^3 \hat{\sigma}_{xrrj}^3}{27F_z^2 \hat{\mu}_{sj}^2} \right) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde $\hat{\sigma}_x$ es el deslizamiento calculado con las variables estimadas (el subíndice r denota que se trata de las ruedas traseras y $j = [l, r]$).

En la Fig. 3.5 se muestra un diagrama del observador.

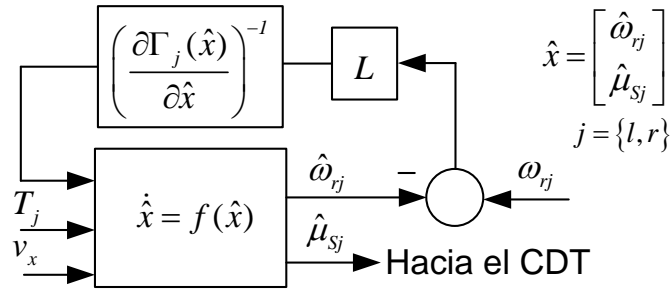


Figura 3.5: Diagrama en bloques del observador propuesto para cada rueda.

La condición de suelo estimada por este observador se utiliza en un sistema de control de tracción que se presentará en la sección 4.2 para calcular la fuerza máxima que se puede transmitir al suelo, para una determinada adherencia del mismo, evitando así el patinaje de las ruedas de tracción. En esa sección también se muestra

el desempeño del observador propuesto para distintas situaciones de conducción, en conjunto con los resultados obtenidos con el control de tracción que utiliza al estimador. Los parámetros del modelo corresponden a los del prototipo del GEA-UNRC. Las ganancias del observador se eligen como $l_1 = 30$ y $l_2 = 2000$ para obtener la velocidad de convergencia deseada.

3.4.2. Estimación de la fuerza máxima de tracción longitudinal

El siguiente estimador es muy similar al presentado en la subsección anterior, pero relajando la condición que asume conocidas (estimadas) a las fuerzas normales en las ruedas de tracción. Este estimador no obtiene el valor de la condición de suelo, sino directamente el valor de la fuerza máxima que se puede aplicar al suelo. El valor de fuerza máxima lo utiliza directamente el control de tracción (sección 4.3) para limitar el par de los motores de tracción.

Para esto, se considera el modelo de fuerzas longitudinales (2.5). En el mismo se muestra que el modelo está definido para dos rangos de deslizamiento. En el intervalo $0 < \sigma_x < \sigma_m$ la fuerza longitudinal producida en el neumático es creciente con el deslizamiento (σ_x) y representa a la región estable de operación del neumático. En el intervalo $\sigma_x \geq \sigma_m$ la fuerza producida alcanza a su valor de saturación, independientemente del valor de deslizamiento. Esto quiere decir que en esta región el neumático no es capaz de producir más fuerza, aunque se incremente el torque aplicado a la rueda.

$$\eta_j = \mu_{Sj} F_{zrj} \quad (3.15)$$

Así, se define como η_j la fuerza máxima que es capaz de transmitir un neumático para una condición de suelo (μ_{Sj}) y fuerza normal (F_{zj}) dadas, siendo esta la fuerza modelada por (2.5) cuando $\sigma_x \geq \sigma_m$ (3.15). A diferencia del estimador anterior, en el cual se estimaba μ_{Sj} para cada rueda de tracción, en esta sección entonces se estima η_j .

Al igual que en el caso anterior, el observador se basa en el modelo dinámico de cada rueda tractora del vehículo (2.15) y el modelo de fuerza (2.5), y se consideran

disponibles las mediciones de velocidad angular en las cuatro ruedas y la velocidad longitudinal se calcula del mismo modo.

Para evaluar el modelo de fuerza (2.5) se deberían conocer los parámetros μ_S y F_z . En el modelo (2.5) μ_S es una variable completamente desconocida ya que la misma depende de la adherencia sobre la superficie sobre la cual circula el vehículo. La fuerza normal (F_z) se pueden calcular en cada rueda cuando el vehículo está en reposo y sin carga a partir de la masa y la posición del centro de masa del mismo. Pero la misma varía cuando el vehículo realiza maniobras debido a la transferencia de carga entre ejes [27]. De (3.15) se puede ver que la variable que se desea estimar (η) corresponde al producto entre μ_S y F_z . Se puede ver también desde el modelo de fuerza (2.5) que estos dos parámetros mencionados aparecen como producto. Por lo tanto no es necesario conocer individualmente a estos parámetros, sino solamente al producto de ellos para evaluar al modelo de fuerza. Esto permite reescribir al modelo de fuerzas en función de η , la variable que se desea estimar.

$$F_{x_{rj}} = \begin{cases} C_x \sigma_{x_{rj}} - \frac{1}{3\eta} (C_x \sigma_{x_{rj}})^2 + \frac{1}{27\eta^2} (C_x \sigma_{x_{rj}})^3 & \text{if } \sigma_{x_{rj}} < \sigma_m \\ \eta & \text{if } \sigma_{x_{rj}} \geq \sigma_m \end{cases} \quad (3.16)$$

Donde,

$$\sigma_m = \frac{3\eta}{C}$$

Se utiliza el mismo método de diseño que en la subsección anterior. Así, el observador resulta:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}_{rj} = \frac{T_j - (F_{x_{rj}} + F_{rj})r_d}{I_w} + g_1(\omega_j(x) - \omega_j(\hat{x})) \\ \dot{\hat{\eta}}_j = g_2(\omega_j(x) - \omega_j(\hat{x})) \end{cases} \quad (3.17)$$

La matriz de ganancias $G_j(\hat{x})$ se calcula como el producto entre la inversa del jacobiano de $\Gamma_j(x)$ y las ganancias constantes l considerando a la velocidad angular de la rueda como salida,

$$G_j(\hat{x}) = \begin{bmatrix} g_{1j} \\ g_{2j} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \Gamma_j(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

siendo,

$$\begin{aligned}\Gamma_j(\hat{x}) &= \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ -F_{xrj} r_d \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ -\left(C_x \hat{\sigma}_{xj} - \frac{1}{3\hat{\eta}_j}(C_x \hat{\sigma}_{xj})^2 + \frac{1}{27\hat{\eta}_j^2}(C_x \hat{\sigma}_{xj})^3\right) r_d \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.18)$$

y $\hat{\sigma}_x$ el deslizamiento calculado con (2.1) a partir de $\hat{\omega}$.

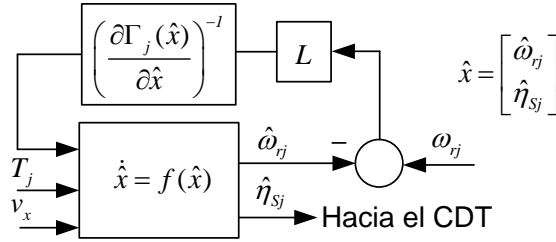


Figura 3.6: Diagrama en bloques del observador propuesto para cada rueda.

Cabe destacar que al igual que en la subsección anterior, se utilizan dos observadores iguales, uno para cada rueda trasera del vehículo ($j = l, r$). En la sección 4.3 del próximo capítulo se muestra el desempeño de los observadores propuestos para distintas situaciones de conducción, en conjunto con los resultados obtenidos con el control de tracción que utilizan las variables estimadas.

3.5. Estimación de la velocidad lateral y de la condición de suelo con observadores no lineales

Los observadores presentados en las dos secciones anteriores 3.4.1 y 3.4.2 estiman la condición de suelo (CDS) y la fuerza máxima transferible al suelo respectivamente. Ambos fueron diseñados con el mismo objetivo, siendo el segundo una mejora del primero: para utilizarse en conjunto con sistemas de control de tracción (secciones 4.2 y 4.3) a fin de conocer la fuerza máxima que se puede transferir al suelo y conociendo esta información limitar el par de los motores de tracción para evitar que las ruedas

de tracción patinen. Ambos observadores utilizan un modelo longitudinal de fuerzas (2.5), y un modelo de una rueda de vehículo (2.15).

Si se producen aceleraciones en curvas, se mostró en (2.7) que el modelo de fuerzas cambia significativamente con respecto al que sólo considera aceleraciones longitudinales (sin deslizamiento lateral), por este motivo los observadores diseñados a partir de considerar solamente un modelo longitudinal de fuerzas y de vehículo funcionan correctamente solamente en trayectorias rectas, en las cuales el deslizamiento lateral es nulo.

En situaciones reales se desea que el control de tracción pueda funcionar tanto en trayectorias rectas como en curvas. Esto motiva a desarrollar un observador de la condición de suelo que funcione correctamente tanto en ambas condiciones. En esta sección se proponen observadores de condición de suelo cuyo principio de diseño es similar a los propuestos anteriormente, pero se reemplaza al modelo de fuerzas longitudinal (2.5) por el longitudinal /lateral de fuerzas (2.7) presentado en el capítulo anterior. Este modelo de fuerzas (2.7) es función de los ángulos de deslizamiento lateral en los neumáticos, que a su vez son función de la velocidad lateral, la cual, tal como se mencionó anteriormente, no resulta sencilla ni económica de medir. Por este motivo, para utilizar el modelo longitudinal / lateral, además de estimar la condición de suelo, se deberá estimar la velocidad lateral. Los observadores de velocidad lateral que se proponen en esta sección deben funcionar correctamente en situaciones cercanas a la saturación de fuerzas y deben considerar neumáticos sobre los cuales existe deslizamiento longitudinal. Por lo tanto, el observador de velocidad lateral presentado en la sección 3.2 no se podría utilizar y resulta necesario proponer un nuevo observador de la velocidad lateral.

En la bibliografía se encuentran distintas estrategias de estimación. En [31] se proponen distintas estrategias de estimación de los ángulos de deslizamiento lateral, considerando un modelo combinado lateral/ longitudinal. Se encuentran algunos trabajos de estimación simultánea de la condición de suelo y de la velocidad lateral. En [26] las fuerzas laterales, el deslizamiento lateral y el coeficiente de rozamiento se estima mediante un observador adaptativo, considerando la existencia de deslizamiento longitudinal. Por su parte, en [27] se plantea un estimador *random-walk Kalman fil-*

ter de fuerzas laterales/longitudinales, con aplicaciones a controles de estabilidad. En [28] se utiliza un modelo *brush* longitudinal/lateral para la estimación del coeficiente de rozamiento mediante un filtro de Kalman, asumiendo a la velocidad lateral como conocida.

En esta sección, se proponen estrategias de estimación de la condición de suelo a cada lado del vehículo y la velocidad lateral mediante observadores no lineales, diseñados a partir de un modelo no lineal de las fuerzas laterales y longitudinales.

3.5.1. Modelo considerado

Para abordar este problema, inicialmente se intentó realizar el diseño de observadores con la idea presentada en las secciones anteriores, esto es utilizar dos observadores de la condición de suelo, una para cada rueda de tracción. La dificultad en la utilización de observadores individuales por cada rueda de tracción surgió a partir de la consideración del modelo longitudinal / lateral de fuerzas, ya que la expresión de la fuerza longitudinal (2.7) ahora es función de la velocidad lateral, la cual también se debe estimar. Para estimar la velocidad lateral se necesita a su vez un modelo del vehículo que contemple la dinámica lateral, y no es posible estimarla utilizando solamente el modelo de una rueda.

El modelo considerado en esta sección para el planteo de los observadores es una combinación del modelo lateral 2.17, un modelo de una rueda (2.15) para cada rueda de tracción, y un modelo de fuerzas longitudinal /lateral (2.7). Al igual que en las secciones anteriores, los parámetros μ_{sl} y μ_{sr} se consideran lentamente variantes. Entonces, las ecuaciones diferenciales utilizadas en los observadores

planteados en esta sección son,

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{r} \\ \dot{\omega}_l \\ \dot{\omega}_r \\ \dot{\mu}_l \\ \dot{\mu}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{yf} + F_{yr} - v_x r}{m} \\ \frac{F_{yf} l_f - F_{yr} l_r}{I_z} \\ \frac{T_l - (F_{xrl} + F_{rl})r_d}{I_w} \\ \frac{T_r - (F_{xrr} + F_{rr})r_d}{I_w} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = f(x) \quad (3.19)$$

Se define al vector de estados $x = [v_y, r, \omega_l, \omega_r, \mu_l, \mu_r]$.

Aquí, las fuerzas laterales se calculan como,

$$\hat{F}_{yf} = F_{yfl}(\hat{\alpha}_{fl}, \hat{\mu}_{Sl}, \hat{F}_{zfl}) + F_{yfr}(\hat{\alpha}_{fr}, \hat{\mu}_{Sr}, \hat{F}_{zfr}) \quad (3.20)$$

$$\hat{F}_{yr} = F_{yrl}(\hat{\alpha}_{rl}, \hat{\mu}_{Sl}, \hat{F}_{zrl}) + F_{yrr}(\hat{\alpha}_{rr}, \hat{\mu}_{Sr}, \hat{F}_{zrr}) \quad (3.21)$$

Las salidas disponibles en este modelo son cuatro. Se corresponde con las variables que pueden ser medidas sobre un vehículo con sensores de bajo costo (??), tres de los estados (r, ω_l, ω_r) y la aceleración lateral (a_y). Con esto se define al vector de salidas como,

$$h(x) = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y & r & \omega_{rl} & \omega_{rr} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.5.2. Caso 1: un observador de orden completo

Utilizando el modelo presentado en la subsección anterior (3.19) es posible plantear un observador no lineal de Luenberger (sección 3.3). Considerando que se desean estimar 6 estados y que se dispone de cuatro mediciones (3.22), distintas transformaciones se podrían plantear para el observador. A continuación se muestran algunas

alternativas,

$$\Gamma_1(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \\ \hat{h}_3 \\ \hat{h}_4 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_3 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_y \\ \hat{r} \\ \hat{\omega}_{rl} \\ \hat{\omega}_{rr} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{\omega}_{rl} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{\omega}_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_5 \\ \hat{z}_6 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\Gamma_2(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \\ \hat{h}_3 \\ \hat{h}_4 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_1 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_y \\ \hat{r} \\ \hat{\omega}_{rl} \\ \hat{\omega}_{rr} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{a}_y \\ L_{f(\hat{x})}\hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_5 \\ \hat{z}_6 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\Gamma_3(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{h}_1 \\ \hat{h}_2 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_2 \\ \hat{h}_4 \\ L_{f(\hat{x})}\hat{h}_4 \\ L_{f(\hat{x})}\left(L_{f(\hat{x})}\hat{h}_4\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_y \\ \hat{r} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{r} \\ \hat{\omega}_{rr} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{\omega}_{rr} \\ L_{f(\hat{x})}\left(L_{f(\hat{x})}\hat{\omega}_{rr}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_5 \\ \hat{z}_6 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Para que una transformación se pueda utilizar en el observador se debe verificar que la matriz $\frac{\partial \Gamma(x)}{\partial x}$ sea invertible para cada valor de los estados. Esta cuenta es algebraicamente compleja de realizar, ya que se debe demostrar que la matriz mencionada es invertible para todos los valores que pueden tener los seis estados del sistema para todo tiempo. Utilizando la función *rank* de Matlab es posible detectar si la matriz deja de ser invertible para todo tiempo. Con esto se obtiene que las transformaciones Γ_1 y Γ_2 son de rango completo (6), y Γ_3 es de rango 5. Esto se debe a que la transformación 3 se eligió de tal forma que no utilice información de la velocidad angular de la rueda izquierda (no se utiliza h_3 en el cálculo de Γ_3).

Por lo tanto solamente las transformaciones Γ_1 y Γ_2 se podrían utilizar en principio para plantear un observador no lineal de Luenberger. Resta verificar si $\frac{\partial \Gamma(\hat{x})}{\partial \hat{x}}$ es sea invertible para alguna combinación de valores que puedan tomar los estados.

A continuación se analizan algunos casos:

Análisis para Γ_1

Se puede mostrar que si no existe deslizamiento longitudinal en alguna de las ruedas de tracción (evaluando $\omega_{rl} = v_x/r_d$ ó $\omega_{rr} = v_x/r_d$ en la expresión 3.23) el rango de la matriz $(\frac{\partial \Gamma_1(\hat{x})}{\partial \hat{x}})$ es cinco, por lo tanto el observador dejaría de funcionar. Si el deslizamiento es nulo en ambas ruedas (vehículo sin acelerar ni frenar) el rango de esta matriz es 4.

Si las variables relativas a la dinámica lateral son nulas ($v_y = 0$ y $r = 0$), lo que sucede cuando un vehículo viajando en línea recta, el rango de la matriz continúa siendo seis, por lo tanto el observador funcionaría correctamente en trayectorias rectas en las que exista deslizamiento longitudinal.

Análisis para Γ_2

Se puede mostrar que si no existe deslizamiento longitudinal en ambas ruedas de tracción (evaluando $\omega_l = \omega_r = v_x/r_d$ en la expresión 3.24) el rango de la matriz $(\frac{\partial \Gamma_2(\hat{x})}{\partial \hat{x}})$ es seis. Esto quiere decir que un observador que utiliza Γ_2 podría funcionar correctamente ante deslizamiento longitudinal nulo. Además, para esta transformación si las variables relativas a la dinámica lateral son nulas ($v_y = 0$ y $r = 0$) el rango de la matriz continúa siendo 6. Por este motivo se concluye que es más conveniente utilizar Γ_2 para el planteo del observador, ya que permite que continúe funcionando tanto en situaciones de deslizamiento longitudinal o lateral nulos.

A continuación se expresa el jacobiano de Γ_2 , necesario para el planteo del observador,

$$\frac{\partial \Gamma_2(x)}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_y}{\partial v_y} & \frac{\partial a_y}{\partial r} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial r}{\partial v_y} & \frac{\partial r}{\partial r} & \frac{\partial r}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial r}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial r}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial r}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial v_y} & \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial r} & \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial \omega_{rl}}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial v_y} & \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial r} & \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial \omega_{rr}}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial v_y} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial r} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial v_y} & \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial r} & \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial L_{f(x)} r}{\partial \mu_{sr}} \end{pmatrix}$$

Calculando las derivadas que se hacen nulas o uno, y considerando que,

$$L_{f(x)} r = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial v_y} & \frac{\partial r}{\partial r} & \frac{\partial r}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial r}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial r}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial r}{\partial \mu_{sr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} = f_2$$

La expresión de la matriz queda,

$$\frac{\partial \Gamma_2(x)}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_y}{\partial v_y} & \frac{\partial a_y}{\partial r} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sr}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial v_y} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial r} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial (L_{f(x)} a_y)}{\partial \mu_{sr}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_y} & \frac{\partial f_2}{\partial r} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial f_2}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial f_2}{\partial \mu_{sr}} \end{pmatrix}$$

En donde,

$$L_{f(x)}a_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_y}{\partial v_y} & \frac{\partial a_y}{\partial r} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rr}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sl}} & \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{\partial a_y}{\partial v_y} f_1 + \frac{\partial a_y}{\partial r} f_2 + \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rl}} f_3 + \frac{\partial a_y}{\partial \omega_{rr}} f_4 + \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sl}} f_5 + \frac{\partial a_y}{\partial \mu_{sr}} f_6$$

Las expresiones de cada una de las derivadas se calcularon en forma analítica utilizando Matlab. Considerando la complejidad de cada una de las componentes de la matriz, las mismas quedan expresadas en forma simbólica ya que son demasiado extensas para mostrar en este documento.

En esta subsección se presentó un observador que estima la velocidad lateral y la condición de suelo a cada lado del vehículo utilizando un observador basado en un modelo de seis estados. Si el observador se quiere programar en un microcontrolador para implementarlo sobre un vehículo, se debe discretizar la ecuación (3.9). La mayor complejidad en el cálculo de la misma radica en el cálculo de la inversa de la matriz $(\frac{\partial \Gamma_2(\hat{x})}{\partial \hat{x}})$ (cuyas dimensiones son 6 x 6). Para resolverlo existen dos alternativas: 1) calcular $(\frac{\partial \Gamma_2(\hat{x})}{\partial \hat{x}})$ en forma analítica, evaluarla en tiempo real, y calcular la inversa numérica en tiempo real. 2) Calcular la inversa de $\frac{\partial \Gamma_2(\hat{x})}{\partial \hat{x}}$ en forma analítica y evaluarla en tiempo real. Cualquiera de las dos alternativas requiere una capacidad de cálculo considerable, ya que las expresiones analíticas de las componentes de la matriz son complejas.

En las próximas dos subsecciones se proponen dos esquemas de observadores de la velocidad lateral y de la condición de suelo de menor orden, con el objetivo de simplificar la complejidad del cálculo de la inversa de $\frac{\partial \Gamma_2(\hat{x})}{\partial \hat{x}}$.

3.5.3. Caso 2: tres observadores de orden completo

En esta subsección la estimación de la condición a cada lado del vehículo se realiza mediante dos observadores no lineales utilizando el modelo de una rueda (tal como

Estimación de la condición de suelo (μ_{Sl} y μ_{Sr})

Se diseñan dos observadores iguales, los cuales son encargados de estimar las condiciones de suelo a cada lado del vehículo. Los mismos se basan en la ecuación dinámica rotacional de la rueda (2.4), asumiendo conocidos el par aplicado por el motor, la velocidad longitudinal, la fuerza normal y el ángulo de deslizamiento lateral, calculado con la velocidad lateral estimada. El par aplicado por cada motor se obtienen a partir del control de los motores de tracción, mientras que la velocidad longitudinal se obtiene del promedio de las velocidades medidas en las ruedas delanteras. Por su parte, la fuerza normal se un parámetro conocido [27, 70].

El observador propuesto reproduce la dinámica de la rueda, considerando nuevamente a la condición de suelo a cada lado del vehículo como un parámetros lentamente variantes ($\dot{\mu}_{Sj} = 0$), los cuales se pretenden estimar. Se emplea como corrección del error de estimación a la velocidad de cada rueda. Así, los observadores resultan ($j = l, r$),

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\omega}}_{rj} &= \frac{T_{rj} - (F_{x_{rj}}(\hat{x}) + F_{Rrj})R_d}{I_w} + g_{1j}(\hat{x})(\omega_{rj} - \hat{\omega}_{rj}) \\ \dot{\hat{\mu}}_{Sj} &= g_{2j}(\hat{x})(\omega_{rj} - \hat{\omega}_{rj})\end{aligned}\quad (3.26)$$

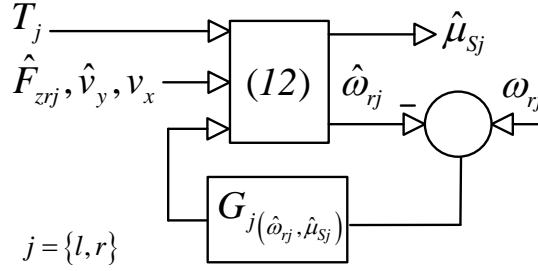
donde \hat{x} denota al valor estimado de x . Se debe destacar que la fuerza longitudinal $F_{x_{rj}}$ es función del ángulo de deslizamiento lateral, debido al modelo de fuerzas considerado (2.7). Por lo tanto para evaluar la expresión $F_{x_{rj}}$ es necesario conocer la velocidad lateral, la cual es estimada por el observador que se presenta a continuación.

La matrices de ganancias $G_j(\hat{x})$ (una por cada observador) se calculan como el producto entre la inversa del jacobiano de la matriz $\Gamma_j(\hat{x})$, y una matriz de ganancias constantes L , que se calculan para obtener la velocidad de convergencia deseada. Esto es,

$$G_j(\hat{x}) = \begin{bmatrix} g_{1j} \\ g_{2j} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \Gamma_j(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

donde,

$$\Gamma_j(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ L_{f(\hat{x})}\hat{\omega}_{rj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{rj} \\ \frac{\partial \hat{\omega}_{rj}}{\partial \hat{x}} \cdot f(\hat{x}) \end{bmatrix}$$

Figura 3.8: Observador μ_{Sj}

es la matriz de transformación que surge de llevar el sistema no lineal a un sistema con una parte lineal e invariante y otra no lineal, como se muestra en (3.11), $\hat{x} = [\hat{\omega}_{rj} \ \hat{\mu}_{Sj}]^T$, y $f(\hat{x})$ es el sistema dinámico (3.26).

Estimación de la velocidad lateral

Para el diseño de este observador, se asumen conocidas las condiciones de suelo a cada lado del vehículo, estimadas por los dos observadores anteriores. El diseño se basa en las dos ecuaciones que modelan el comportamiento lateral del vehículo (2.5), usando como término de corrección el error de estimación de la velocidad de guiño (r) y de aceleración lateral (a_y), esto es,

$$\begin{aligned}\hat{v}_y &= \frac{F_{yf} + F_{yr}}{m} - v_x r + g_{11}(a_y - \hat{a}_y) + g_{12}(r - \hat{r}) \\ \hat{r} &= \frac{F_{yf}l_f - F_{yr}l_r}{I_z} + g_{21}(a_y - \hat{a}_y) + g_{22}(r - \hat{r})\end{aligned}\quad (3.27)$$

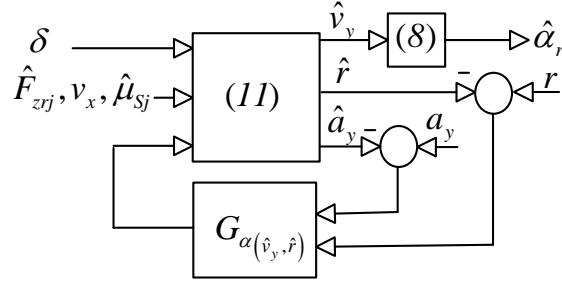
De la misma manera que en el caso anterior, las ganancias no lineales se obtienen como,

$$G_\alpha(\hat{x}) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial \Gamma_\alpha(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \right]^{-1} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}$$

siendo $\hat{x} = [\hat{v}_y \ \hat{r}]^T$ y

$$\Gamma_\alpha(\hat{x}) = \begin{bmatrix} \hat{a}_y \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{yf}(\hat{x}) + F_{yr}(\hat{x})}{m} \\ \hat{r} \end{bmatrix}\quad (3.28)$$

Las ganancias constantes (l_{11} , l_{12} , l_{21} , l_{22}) se calculan de manera de obtener la velocidad de convergencia deseada. Tal como se explicó en la sección anterior, la matriz

Figura 3.9: Observador de v_y

de transformación de un sistema con más de una salida se puede calcular de distintas maneras. En este caso se definió la misma utilizando las dos salidas disponibles, como se muestra en (3.28).

3.5.4. Caso 3: tres observadores de orden reducido

Con el objetivo de reducir aún más la cantidad de cálculos que se deben realizar para resolver el problema planteado, en esta sección se proponen tres observadores no lineales de Luenberger de orden reducido, los cuales estiman las mismas variables (μ_l, μ_r, v_y) utilizando el mismo modelo dinámico que en la sección anterior. Las tres variables estimadas se utilizarán para el planteo de un control de tracción en la sección 4.4 del próximo capítulo.

Los observadores de orden reducido propuestos para estimar la velocidad lateral y la condición de suelo a cada lado del vehículo son los siguientes,

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m} \left(\hat{F}_{yf} \cos(\delta) + \hat{F}_{yr} \right) - v_x r + L_{v_y} (a_y - \hat{a}_y) \quad (3.29)$$

$$\dot{\mu}_{Sl} = L_{\mu_l} (\dot{\omega}_{rl} - \hat{\omega}_{rl}) \quad (3.30)$$

$$\dot{\mu}_{Sr} = L_{\mu_r} (\dot{\omega}_{rr} - \hat{\omega}_{rr}) \quad (3.31)$$

donde L_{v_y} , L_{μ_l} and L_{μ_r} son ganancias no lineales dependientes de los estados, y \hat{F}_{yf} y \hat{F}_{yr} son las fuerzas laterales calculadas a partir de las variables estimadas con el

modelo (3.19).

Además, a_y es la aceleración lateral

$$\hat{a}_y = \dot{\hat{v}}_y + v_x r, \quad (3.32)$$

y $\dot{\hat{\omega}}$ se obtiene de,

$$\dot{\hat{\omega}}_{rj} = \frac{1}{I_w} \left(T_{rj} - (\hat{F}_{xrj} + \hat{F}_{Rrj}) R_e \right) \quad (3.33)$$

con \hat{F}_{xrj} y \hat{F}_{Rrj} , las fuerzas longitudinales y resistencia de rodadura respectivamente, calculadas usando las variables estimadas ($j = l, r$).

Diseño de un observador de la velocidad lateral

A diferencia de los observadores anteriores, el observador propuesto es de orden reducido y de esta forma se utiliza una sola ecuación diferencial. Esto permite una implementación más sencilla ya que no se deben realizar operaciones entre matrices o inversiones de matriz, como en el caso de los observadores propuestos en las subsecciones anteriores o comparado con otras propuestas que utilizan filtro extendido de Kalman. Para el diseño de este observador, se supone primero que se conocen las condiciones de suelo (μ_{Sj}), ya que son estimadas por los observadores que se presentan en la siguiente subsección. Esta condición se relajó luego, cuando se realiza el análisis de convergencia de los observadores combinados.

El diseño se basa en la ecuación de velocidad lateral (3.29), considerando la siguiente transformación en la variable ν ,

$$\nu = \Psi_v(v_y, \mu_{Sj}) = a_y = \frac{1}{m} (F_{yf} \cos(\delta) + F_{yr}) \quad (3.34)$$

el sistema en las nuevas coordenadas se expresa como,

$$\begin{aligned} \dot{\nu} &= A\nu + \rho(\nu, \mu_{Sj}) \\ y_v &= \nu \end{aligned} \quad (3.35)$$

donde

$$A\nu + \rho(\nu, \mu_{Sj}) = \frac{\partial \Psi_v(v_y, \mu_{Sj})}{\partial v_y} \dot{v}_y$$

Luego, el observador (3.29) en las nuevas coordenadas está dado por,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{v}} &= A\hat{v} + \rho(\hat{v}, \hat{\mu}_{Sj}) + g(y_v - \hat{y}_v) \\ \hat{y}_v &= \hat{v}\end{aligned}\quad (3.36)$$

donde g es una ganancia constante que se selecciona para obtener el tiempo de convergencia deseado. El observador en las coordenadas originales queda,

$$\dot{\hat{v}}_y = \frac{1}{m} \left(\hat{F}_{yf} \cos(\delta) + \hat{F}_{yr} \right) - v_x r + L_{v_y}(a_y - \hat{a}_y) \quad (3.37)$$

con

$$L_{v_y} = \left(\frac{\partial \Psi_v(v_y, \mu_{Sj})}{\partial v_y} \bigg|_{v_y = \hat{v}_y} \right)^{-1} g$$

Cabe destacar que la dimensión de la expresión $\frac{\partial \Psi_v(v_y, \mu_{Sj})}{\partial v_y}$ es 1, por lo tanto la inversa no es una operación matricial (tal como ocurría en los observadores anteriores).

Diseño de los observadores de la condición de suelo

Estos observadores, uno para cada lado del vehículo ($j = l, r$), estiman la condición de suelo para cada rueda trasera, considerando la dinámica de la rueda y asumiendo que la condición de suelo es un parámetro lentamente variante,

$$\dot{\mu}_{Sj} = 0, \quad (3.38)$$

En la subsección anterior los observadores de estimación de la condición de suelo utilizaban como medición a la velocidad angular de las ruedas de tracción. En este observador de orden reducido la velocidad angular no es un estado, por lo tanto no se puede utilizar como salida, sino que se emplea su derivada.

Considerando esto, a partir de las salidas $\dot{\omega}_{rj}$ se introduce la siguiente transformación para diseñar la ganancia no lineal,

$$\zeta_j = \Psi_{\mu j}(\mu_{Sj}) = \dot{\omega}_{rj} = \frac{1}{I_w} (T_{rj} - (F_{xrj} + F_{Rrj})R_e). \quad (3.39)$$

Esta transformación hace a la salida una función lineal del nuevo estado, $y_j = \zeta_j$, y

$$\dot{\zeta}_j = \frac{\partial \Psi_{\mu j}(\mu_{Sj})}{\partial \mu_{Sj}} \dot{\mu}_{Sj} = 0. \quad (3.40)$$

Luego, el observador de la condición de suelo propuesto en coordenadas ζ se diseña como un observador de orden reducido de alta ganancia, dado por

$$\dot{\hat{\zeta}}_j = \frac{1}{\epsilon} (y_j - \hat{y}_j) = \frac{1}{\epsilon} (y_j - \hat{\zeta}_j). \quad (3.41)$$

donde ϵ es lo suficientemente pequeño para hacer a las dinámicas de este observador más rápida que la dinámica del observador de velocidad lateral [71].

Luego, en las coordenadas originales, el observador propuesto resulta

$$\dot{\hat{\mu}}_{Sj} = L_{\mu_j} (\dot{\omega}_{rj} - \dot{\hat{\omega}}_{rj}) \quad (3.42)$$

con

$$L_{\mu_j} = \left(\frac{\partial \Psi_{\mu_j}(\mu_{Sj})}{\partial \mu_{Sj}} \bigg|_{\mu_{Sj}=\hat{\mu}_{Sj}} \right)^{-1} \frac{1}{\epsilon}. \quad (3.43)$$

Aquí también la expresión $\frac{\partial \Psi_{\mu_j}(\mu_{Sj})}{\partial \mu_{Sj}}$ es un escalar, lo que evita el cálculo de la inversa de una matriz.

Aspectos de implementación

Como se puede observar en (3.42), los observadores de condición de suelo propuestos necesitan la derivada de la medición de la velocidad angular en el término de corrección. Un cálculo de esta derivada produciría una estimación ruidosa, por lo tanto se utiliza el siguiente cambio de variables,

$$\dot{\chi}_j = \dot{\hat{\mu}}_{Sj} - L_{\mu_j} \dot{\omega}_{rj} \quad (3.44)$$

Luego el observador se implementa en nuevas variables,

$$\dot{\chi}_j = -L_{\mu_j} \dot{\hat{\omega}}_{rj} = -L_{\mu_j} \frac{1}{I_w} \left(T_{rj} - (\hat{F}_{x_{rj}} + \hat{F}_{R_{rj}}) R_e \right), \quad (3.45)$$

y la condición de suelo se estima como sigue,

$$\hat{\mu}_{Sj} = \chi_j + L_{\mu_j} \omega_{rj} \quad (3.46)$$

Aquí, el par del motor se obtiene del controlador del motor, mientras que las fuerzas longitudinales se calculan a partir de las mediciones de las velocidades angulares de las ruedas, la condición de suelo estimada, y la velocidad longitudinal, la cual es obtenida como el promedio de las velocidades angulares de las ruedas que no traccionan.

Calidad de la condicion de suelo estimada

Un problema conocido en la bibliografía es la correcta estimación de la condición de suelo μ_S para pequeños valores de deslizamiento [19]. Esto se debe a que para valores pequeños de deslizamiento las fuerzas longitudinales se comportan como una función lineal del deslizamiento y son prácticamente independientes de μ_S . La propuesta actual no escapa a esta problemática: ante valores pequeños de deslizamiento, y ante pequeñas variaciones entre el modelo real de vehículo y el utilizado para el planteo del observador, la estimación de μ_S no es correcta. Este error de estimación no representa un problema en el presente planteo, ya que para pequeños valores de deslizamiento longitudinal no es necesario que actúe la limitación del par de tracción para el cual se diseñó este observador. Aún así, resulta conveniente evaluar la calidad de la variable estimada, con el objetivo de saber si se puede utilizar para en el control de tracción o se debe descartar. Tal como se explicará en el capítulo de control de tracción, un valor de μ_S sub estimado podría hacer que el control de tracción limite a las fuerzas de tracción a un valor menor que las que el suelo puede admitir, y que el vehículo no pueda desarrollar su aceleración máxima.

En [18] se realiza un análisis de la región de convergencia del observador de μ_S y se propone utilizar esta información para proveer información sobre la calidad de los valores estimados con propósitos de control. El problema es que la región de atracción es función de las variables estimadas. Por este motivo, en este trabajo se propone un método de verificación de la calidad de la variable estimada independientemente del valor de la misma, el cual se describe a continuación.

El mismo consiste en el análisis del término no lineal de realimentación del observador. Se puede ver que este término coincide con la derivada de la fuerza longitudinal con respecto a μ afectado por un factor de escala (3.47).

$$\left. \frac{\partial \Psi_{\mu_j}(\mu_{Sj})}{\partial \mu_{Sj}} \right|_{\mu_{Sj}=\hat{\mu}_{Sj}} = \frac{\partial \dot{\omega}_{rj}}{\partial \hat{\mu}_{Sj}} = \frac{\partial \left[\frac{1}{I_w} \left(T_{rj} - (\hat{F}_{x_{rj}} + \hat{F}_{R_{rj}}) R_e \right) \right]}{\partial \hat{\mu}_{Sj}} = -\frac{R_e}{I_w} \frac{\partial \hat{F}_{x_{rj}}}{\partial \hat{\mu}_{Sj}} \quad (3.47)$$

Esta derivada mide, para un valor determinado de σ_x y σ_y , que tan dependiente es la fuerza longitudinal del parámetro μ . Cuanto este valor es pequeño, quiere decir que la fuerza longitudinal actual está en la zona lineal, por lo tanto no se debe considerar

el valor de μ_S ni calcular las saturaciones. En cambio, si el valor de esta derivada es elevado, quiere decir que las mismas son considerablemente dependientes de μ_S y se puede asumir que la estimación de este parámetro será correcta, debiendo actuar los saturadores de par.

A continuación se muestra que la función (3.47) en el intervalo $0 < \sigma_x < \sigma_m$ es siempre negativa y que tiene un mínimo (absoluto) en este intervalo. Además, la coordenada Y de ese mínimo es independiente del valor de μ_S , esto quiere decir que (3.47) se puede calcular correctamente independientemente de la calidad de la variable estimada μ_S .

independientemente de la condición de suelo por la cual circule el vehículo, el valor mínimo

A continuación se analiza la función $\frac{\partial \hat{F}_{xj}}{\partial \hat{\mu}_{Sj}}$, a partir de la expresión obtenida en (3.47). La misma se puede expresar a partir de las ecuaciones del modelo de fuerza (2.6) como,

$$\frac{\partial \hat{F}_{xj}}{\partial \hat{\mu}_{Sj}} = \frac{C^2 R_e \sigma_x \sigma (2C\sigma - 9F_{zrj} \mu_{Sj})}{27I_r F_{zrj}^2 \mu_{Sj}^3} \triangleq \kappa_j \quad (3.48)$$

A este valor se lo define como κ_j . Se puede ver en la expresión (3.48) que el término $(2C\sigma - 9F_{zrj} \mu_{Sj})$ será siempre negativo, ya que $\sigma \leq \sigma_m$ y $\sigma_m = 3\mu_{Sj} F_{zrj} / C$, por lo tanto la función dependerá solamente del signo del deslizamiento longitudinal σ_x . Haciendo la siguiente cuenta,

$$\frac{\partial \kappa(\sigma_x)}{\partial \sigma_x} = 0$$

se determina que esta función tiene un único mínimo en el intervalo $0 \leq \sigma_x \leq \sigma_m$, el cual se encuentra en:

$$\sigma_{x \text{ mín}} = \frac{3F_{zrj} \mu_{Sj} \sqrt{1 + \xi^2}}{C(1 + \xi^2)} \quad (3.49)$$

Dado que la función $\kappa(\sigma_x)$ es siempre positiva, este punto corresponde a un máximo absoluto de esta función. Se interpreta como el punto en el cual la fuerza longitudinal es más dependiente de μ_S y se puede demostrar que este punto corresponde con la saturación de las fuerzas, entonces $\hat{\mu}_{Sj}$ será estimada correctamente.

Reemplazando (3.49) en la expresión (3.48) se obtiene el mínimo de la función (o

máximo en valor absoluto) en coordenada Y, cuya expresión es la siguiente:

$$\kappa_j|_{\sigma_x=\sigma_{x\text{ mín}}} = -\frac{F_{zrj}R_e}{\sqrt{1+\xi^2}}\text{sign}(\sigma_x) \triangleq \kappa_{j\text{ mín}} \quad (3.50)$$

Se puede ver que este valor (3.50) es independiente de μ_{Sj} . Esto quiere decir que independientemente del valor de μ_{Sj} que el observador esté estimando (correcto o incorrecto), el mínimo de la función siempre se podrá a partir de F_z , R_e y ξ .

Para determinar la confiabilidad de la variable estimada, se propone comparar el valor actual de κ_j (3.48) con un umbral definido aquí como la mitad de $\kappa_{j\text{ mín}}$,

$$\text{th}_j = \frac{1}{2}\kappa_{j\text{ mín}} = -\frac{1}{2}\frac{F_{zrj}R_e}{\sqrt{1+\xi^2}}$$

El mismo se utiliza para determinar que las fuerzas longitudinales son lo suficientemente dependiente de μ_S como para asumir que los observadores están estimando este parámetro correctamente y activar así el control de tracción. Luego, el control de tracción se activará solamente cuando ($|\kappa_j| > |\text{th}_j|$).

Se pueden identificar distintas regiones de operación para los observadores propuestos, las cuales se muestran en la tabla 3.1. En la misma se analizan las distintas combinaciones de deslizamiento que pueden ocurrir (longitudinal en cada rueda, y lateral). Se asume que el deslizamiento lateral en las ruedas traseras izquierda y derecha es igual. En la tabla 'bajo' indica que las fuerzas están en la zona lineal y 'alto' que las mismas están fuera de la región lineal.

Tal como se explicó previamente, una correcta estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$ se obtiene cuando las fuerzas están lejos de la región lineal. Por lo tanto, en los casos $\langle 1 \rangle$ a $\langle 3 \rangle$ la estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$ no es confiable, pero tampoco es necesario el control de tracción.

Los casos $\langle 4 \rangle$ a $\langle 7 \rangle$ no son situaciones habituales de conducción, pero pueden ocurrir cuando la condición de suelo cambia a un lado del vehículo. En estos casos, $\hat{\mu}_{Sj}$ estima correctamente sólo la condición de suelo que corresponde con el deslizamiento alto, mientras que el control de tracción se necesita también sólo para esta rueda.

En los casos $\langle 8 \rangle$ y $\langle 9 \rangle$, el deslizamiento longitudinal es alto en ambos lados, entonces $\hat{\mu}_{Sj}$ se estima correctamente para ambas ruedas. Esta situación requiere control de tracción activado en ambas ruedas para evitar que las mismas patinen.

Tabla 3.1: Regiones de trabajo de los observadores

Caso	σ_{xrl}	σ_{xrr}	σ_{yr}	¿Se necesita CDT?	? $\hat{\mu}_{Sj}$ converge?	? \hat{v}_y converge?
1	0	0	0	no	no	no importa
2	bajo	bajo	bajo	no	no	si
3	bajo	bajo	alto	no	no	si
4	bajo	alto	bajo	rueda derecha	rueda derecha	si
5	bajo	alto	alto	rueda derecha	rueda derecha	si
6	alto	bajo	bajo	rueda izquierda	sólo izquierda	si
7	alto	bajo	alto	rueda izquierda	sólo izquierda	si
8	alto	alto	bajo	ambas ruedas	ambas	si
9	alto	alto	alto	ambas ruedas	ambas	si
10	sat	sat	0	ambas ruedas	ambas	-
11	0	0	sat	no	no	no

A diferencia de los observadores de μ_{Sj} , la estimación de \hat{v}_y converge tanto en la región lineal de las fuerzas como fuerza de ella. En los casos que $\langle 2 \rangle$, $\langle 4 \rangle$, $\langle 6 \rangle$ and $\langle 8 \rangle$, la velocidad lateral puede estimarse correctamente, ya que las fuerzas laterales se encuentran dentro de la región lineal y no son dependientes de la estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$.

Para los casos $\langle 3 \rangle$, $\langle 5 \rangle$ and $\langle 7 \rangle$, el desempeño del observador de la velocidad lateral puede ser significativamente afectado por $\hat{\mu}_{Sj}$ el cual no se estima correctamente, produciendo que el error de estimación no converga a cero, pero si a un pequeño valor.

En los casos $\langle 8 \rangle$ y $\langle 9 \rangle$ μ_{Sj} se estima correctamente y lo mismo ocurre con \hat{v}_y .

En $\langle 10 \rangle$ la fuerza longitudinal se satura (las ruedas patinan) y la velocidad lateral es cero. En estos casos la estimación de ambos $\hat{\mu}_{Sj}$ es correcta. El control de tracción debería evitar alcanzar esta situación.

Finalmente, (11) representa un caso en el cual el vehículo está deslizando lateralmente sin control con deslizamiento longitudinal nulo, mientras las fuerzas laterales están saturadas. En esta situación μ_{sj} y la velocidad lateral no son observables. A pesar de esto, el control de tracción no podría tomar ninguna acción para corregir esta situación, ya que no queda fuerza longitudinal disponible en los neumáticos de tracción.

Análisis de estabilidad de los observadores propuestos

Considerando la dinámica lateral dada por (3.35) y el observador (3.29), con el error de estimación definido como,

$$e_\nu = \nu - \hat{\nu}, \quad (3.51)$$

Definiendo el error de estimación de los observadores de la condición de suelo se define como,

$$\mathbf{e}_\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_l - \hat{\zeta}_l \\ \zeta_r - \hat{\zeta}_r \end{bmatrix}, \quad (3.52)$$

Por su parte, como la derivada de la condición de suelo es desconocida, se asume que el sistema se puede representar como sigue,

$$\dot{\zeta}_j = f_j(t), \quad (3.53)$$

con $j = l, r$. Además, debido a la definición de ζ_j y las constantes físicas, se sabe que $f_j(t)$ son acotadas.

Luego, la dinámica del error de estimación se puede expresar como sigue,

$$\dot{e}_\nu = Ae_\nu + \Delta\rho(e_\nu, \mathbf{e}_\zeta) - ge_\nu \quad (3.54)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\zeta = \mathbf{f} - \frac{1}{\epsilon}\mathbf{e}_\zeta. \quad (3.55)$$

con $\Delta\rho(e_\nu, \mathbf{e}_\zeta) = \rho(\nu, \mu_{Sl}, \mu_{Sr}) - \rho(\hat{\nu}, \hat{\mu}_{Sl}, \hat{\mu}_{Sr})$ y $\mathbf{f} = [f_l \ f_r]^T$. También, se puede asumir que \mathbf{f} está acotado por un valor constante, i.e. $\|\mathbf{f}\| \leq \phi$.

Se puede ver también en la dinámica del error (3.55) que no depende del error de estimación de la velocidad lateral, pudiéndose entonces analizar la misma sin considerar este error.

Considerando ahora una función candidata de Lyapunov $V_1(\mathbf{e}_\zeta) = \mathbf{e}_\zeta^T \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_\zeta$, para el sistema (3.55), con \mathbf{P}_1 una matriz simétrica definida positiva,

$$\dot{V}_1 = -\frac{2}{\epsilon} \mathbf{e}_\zeta^T \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_\zeta + \mathbf{f}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{e}_\zeta + \mathbf{e}_\zeta^T \mathbf{P}_1 \mathbf{f}. \quad (3.56)$$

Por simplicidad se elige $\mathbf{P}_1 = \mathbf{I}$, entonces,

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{2}{\epsilon} \|\mathbf{e}_\zeta\|^2 + 2 \|\mathbf{f}\| \|\mathbf{e}_\zeta\|. \quad (3.57)$$

o

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{2}{\epsilon} \|\mathbf{e}_\zeta\|^2 + 2\phi \|\mathbf{e}_\zeta\|. \quad (3.58)$$

Entonces, se puede demostrar que el error de estimación puede acotarse por, [72],

$$\|\mathbf{e}_\zeta\| \leq \|\mathbf{e}_\zeta(0)\| \exp\left(-\frac{t}{\epsilon}\right) + \epsilon\phi. \quad (3.59)$$

Como se puede ver, el error de estimación de ζ_j muestra una convergencia asintótica a un valor final acotado por $\epsilon\phi$. Así, el valor del error final será más pequeño cuando menor sea el valor de ϵ .

La convergencia del observador de velocidad lateral se puede analizar proponiendo una candidata a función de Lyapunov $V_2(e_\nu) = e_\nu^2$, con la dinámica del error dada por (3.54). En este caso,

$$\dot{V}_2 = 2(A - g)e_\nu^2 + 2e_\nu(\Delta\rho(e_\nu, \mathbf{e}_\zeta)) \quad (3.60)$$

Se puede asumir que $\Delta\rho(e_\nu, \mathbf{e}_\zeta)$ está acotado por $|\Delta\rho(e_\nu, \mathbf{e}_\zeta)| \leq \eta_1 |e_\nu| + \eta_2 \|\mathbf{e}_\zeta\|$, con η_1 y η_2 constantes positivas.

Luego,

$$\dot{V}_2 \leq 2(A - g)e_\nu^2 + 2\eta_1 e_\nu^2 + 2\eta_2 |e_\nu| \|\mathbf{e}_\zeta\| \quad (3.61)$$

Como se muestra en (??), $\|\mathbf{e}_\zeta\|$ está acotado, entonces se puede asumir una cota conservativa como $\|\mathbf{e}_\zeta\| \leq \Gamma$, así que,

$$\dot{V}_2 \leq 2(A - g)e_\nu^2 + 2\eta_1 e_\nu^2 + 2\eta_2 \Gamma |e_\nu|. \quad (3.62)$$

y se puede mostrar que,

$$|e_\nu| \leq |e_\nu(0)| \exp(-\sigma t) + \frac{\eta_2 \Gamma}{\sigma} \quad (3.63)$$

con $\sigma = -(A - g) - \eta_1$. Luego, el observador presenta convergencia asintótica del error de estimación a una cota final dada por $\frac{\eta_2 \Gamma}{\sigma}$. Este valor depende del error de estimación de e_ζ y también de la ganancia del observador g . Además, σ se puede elegir positiva seleccionando un valor apropiado de ganancia g .

3.6. Estimación del parámetro C del modelo de fuerzas de *brush*

Los estimadores de condición de suelo y de velocidad lateral presentados en las secciones anteriores que utilizan los modelos de fuerzas 2.5 o 2.7 asumen conocido el parámetro C , el cual depende de parámetros constructivos del neumático. Este parámetro podría variar lentamente en el tiempo para un neumático dado (durante el envejecimiento del mismo), en un determinado automóvil, o puede variar considerablemente si se cambia el neumático por otro de otra medida y/o marca.

Los estimadores de condición de suelo propuestos son robustos ante variaciones de C en la región de elevado deslizamiento, ya que como se explicó anteriormente en esa región la fuerza es considerablemente dependiente del parámetro μ_S y poco dependiente de C . De todas formas es de interés conocer el valor correcto de C para mejorar la estimación de la condición de suelo y para evaluar correctamente a las ecuaciones de limitación de par de los controles de tracción que se proponen en el siguiente capítulo. Por ese motivo en esta sección se propone un estimador recursivo del mismo, el cual fue diseñado para utilizar en conjunto con los observadores de condición de suelo y velocidad lateral propuestos en la subsección anterior.

El estimador propuesto se activa solamente cuando la dinámica lateral es nula ($r = 0$ y $\hat{v}_y = 0$), y cuando las fuerzas de tracción se encuentran en la región lineal. Para identificar esta situación se utiliza una idea similar a la presentada en la subsección 3.5.4. Allí se asumía que se considera una correcta estimación de los parámetros

μ_{Sj} cuando $(|\kappa_j| > |\text{th}_j|)$, ya que cuando se cumple esta condición se asume que las fuerzas longitudinales son lo suficientemente dependientes de μ_{Sj} como para que este parámetro sea correctamente estimado. Por el contrario, en esta sección se desea conocer cuando las fuerzas longitudinales se encuentran en la región lineal, es decir, cuando las mismas son prácticamente independientes de μ_{Sj} . Por este motivo se define un nuevo límite $(|\kappa_j| < |\text{th}_j|/5)$ que establece que el estimador recursivo lineal funcionará solamente cuando se cumpla esta condición.

El estimador se basa en la ecuación de movimiento longitudinal (2.14), considerando las ruedas traseras como de tracción y el deslizamiento longitudinal de las delanteras nulo. Además se considera el modelo longitudinal de fuerzas (2.5). Se puede mostrar que este modelo se puede aproximar para pequeños valores de deslizamiento longitudinal (en la región lineal de fuerzas) como,

$$F_{xrij} = C \sigma_{xrij} \quad (3.64)$$

Considerando esto, la dinámica longitudinal del vehículo (2.46) queda representada por,

$$a_x = \frac{F_{xij} - k_a v_x^2}{m} = \frac{F_{xrl} + F_{xrr} - F_{Rrl} - F_{Rrr} - k_a v_x^2}{m} \quad (3.65)$$

Donde,

$$\begin{aligned} F_{xrij} &= C \sigma_{xrij} \\ F_{xrr} &= C \sigma_{xrr} \\ F_{Rrl} &= F_{zrl}(k_s + k_d v_{trl}) \\ F_{Rrr} &= F_{zrr}(k_s + k_d v_{trr}) \end{aligned}$$

Como el estimador se ejecuta solamente cuando la dinámica lateral es nula, las velocidades tangenciales en cada rueda pueden calcularse como $v_{trj} = \omega_{rj} r_d$ y las fuerzas normales en ambas ruedas traseras son iguales $F_z = F_{zrl} = F_{zrr}$

A su vez, a partir de 2.1, la velocidad tangencial se puede expresar en función del

deslizamiento longitudinal en aceleración y en frenado respectivamente como,

$$v_t = \begin{cases} \frac{v_x}{(1-\sigma_x)} & \text{acelerando} \\ v_x (1 + \sigma_x) & \text{frenando} \end{cases} \quad (3.66)$$

Como el estimador se utiliza sólo también cuando las fuerzas se encuentran en la región lineal, el deslizamiento longitudinal es muy pequeño, por lo tanto es posible hacer la siguiente aproximación: $(1 - \sigma_x) \approx (1 + \sigma_x) \approx 1$, y $v_t \approx v_x$. Luego de estas consideraciones, 3.65 se puede reescribir como una función lineal del deslizamiento longitudinal como,

$$a_x = \frac{C}{m} (\sigma_{xrr} + \sigma_{xrr}) - \frac{k_a v_x^2 + 2F_Z (k_s + k_d v_x)}{m} = \vartheta (\sigma_{xrr} + \sigma_{xrr}) + \tau$$

siendo τ y ϑ los coeficientes de la función lineal

Para minimizar el error de parámetros se utiliza el siguiente algoritmo recursivo de estimación de parámetros a través de mínimos cuadrados recursivo [73].

$$\begin{aligned} K[k] &= \frac{P[k]x[k]}{\lambda + x[k]^T P[k] x[k]} \\ P[k+1] &= (P[k] - K[k]x[k]^T P[k]) \frac{1}{\lambda} \\ \hat{\theta}[k] &= \hat{\theta}[k-1] + K[k] (y[k] - x[k]^T \hat{\theta}[k-1]) \end{aligned} \quad (3.67)$$

En donde P y K son variables definidas por el algoritmo, λ es el factor de olvido y,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}[k] &= \begin{pmatrix} \vartheta \\ \tau \end{pmatrix} \\ y[k] &= a_x \\ x[k] &= \begin{pmatrix} \sigma_{xrr} + \sigma_{xrr} \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La aceleración longitudinal a_x se mide con un acelerómetro. La frecuencia de muestreo es de 1 Khz y el factor de olvido se ajusta en $\lambda = (1 + 1e - 6)$.

El proceso de estimación recursiva da como resultado los dos coeficientes de la función lineal (ϑ y τ). El parámetro \hat{C} se obtiene de la siguiente manera, considerando que $\vartheta = C/m$,

$$\hat{C} = \vartheta \, m$$

El parámetro τ podría utilizarse para estimar / validar las pérdidas que se producen en el vehículo producto de la resistencia de rozamiento estática ($2F_z k_s$), la dinámica ($2F_z k_d v_x$) y las pérdidas aerodinámicas ($k_a v_x^2$), lo cual se considera como un trabajo futuro.

3.6.1. Resultados

El algoritmo de estimación propuesto se prueba considerando la siguiente maniobra. Un vehículo circula a una velocidad longitudinal inicial baja ($36 \, km/h$) en línea recta durante 90 segundos. Se aplica una entrada sinusoidal de par a ambos motores de tracción de amplitud creciente (con un valor medio que compensa los rozamientos), con el objetivo de generar un deslizamiento longitudinal variable y creciente, acotado a que produzca fuerzas en la región lineal. Esto simula una situación de conducción de sucesivas aceleraciones y frenados regenerativos suaves. En una situación real las mismas posiblemente se produzcan más espaciadas en el tiempo (no en 90 segundos), pero el proceso de estimación recursivo funcionaría del mismo modo. En las primeras dos simulaciones el modelo de fuerzas utilizado por el simulador CarSim es 2.7 para un valor de $C = 50000$. En la tercera simulación se utiliza el modelo de Pacejka.

Simulación 1

En la Fig. 3.10(a) y 3.10(b) se muestran los perfiles de fuerza y deslizamiento longitudinal obtenidos para la maniobra mencionada sobre una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,8$). En la Fig. 3.10(c) se muestra el resultado de estimación del parámetro C obtenido en esta maniobra. Se puede ver que el tiempo de convergencia del estimador es de unos 40 segundos, y a partir de este tiempo el valor el mismo se mantiene constante en un valor aproximado de 46500. El error de estimación entre este parámetro y el utilizado en el modelo de fuerzas en CarSim (50000) se debe a que para la estimación del parámetro C se estima utilizando un modelo lineal aproximado (3.64), el cual difiere de (2.7) aún para pequeño deslizamiento longitudinal. En 3.10(d) se muestran los valores de κ_j (iguales a cada lado del vehículo, ya que circula en

línea recta) y se comparan con el valor que se definió para asumir que las fuerzas se encuentran dentro de la región lineal ($th_j/5$) el cual proviene de los observadores. Se puede ver que entre $t = 90s$ y $t = 98s$ la variable $\kappa_j > th_j/5$, por lo tanto en este intervalo debe dejar de correr el estimador del parámetro C , almacenando como válido el último valor estimado.

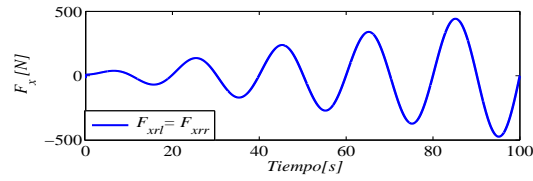
Simulación 2

En la Fig. 3.10(a) y 3.10(b) se muestran los perfiles de fuerza y deslizamiento longitudinal obtenidos para la misma maniobra de la simulación anterior, pero ahora sobre una superficie de menor adherencia que la simulación anterior ($\mu_S = 0,5$). En la Fig. 3.10(c) se puede ver que el estimador converge en $\hat{C} = 46500$ hasta el instante $t = 55s$ aproximadamente. Luego de este instante el valor estimado de C disminuye, pero a partir de aquí tampoco se cumple la condición de $\kappa_j < th_j/5$. Por lo tanto, a partir de $t = 55s$ no deberían considerarse en el estimador los intervalos de tiempo en los cuales $\kappa_j > th_j/5$.

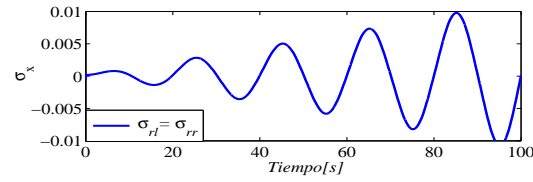
Simulación 3

Por último, en la Fig. 3.10(a) y 3.10(b) se muestran los perfiles de fuerza y deslizamiento longitudinal obtenidos la misma maniobra de la simulación anterior, pero ahora considerando un modelo de neumático de Pacejka en el simulador CarSim. Se puede ver que se obtiene una estimación del parámetro $\hat{C} = 55000$. Esta estimación representa a la pendiente del modelo de Pacejka para valores de deslizamiento pequeños.

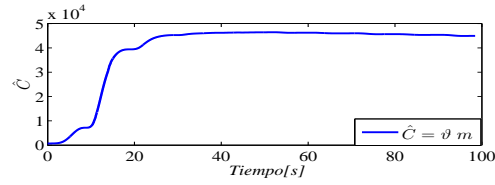
En el capítulo de control de tracción se probará la robustez de los estimadores de condición de suelo y velocidad lateral presentados en la sección anterior (los cuales fueron diseñados a partir de un modelo *brush* con un modelo de neumático de Pacejka en el simulador. En conjunto con estos estimadores, se utilizará el estimador presentado en la sección actual, con el objetivo que el modelo de *brush* se asemeje al modelo de Pacejka en la región de bajo deslizamiento.



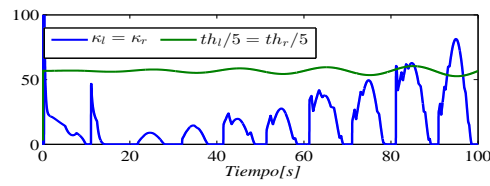
(a)



(b)

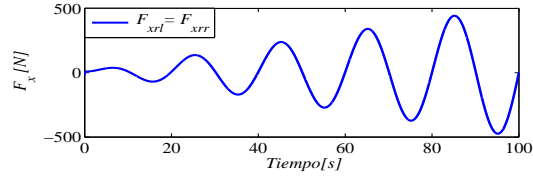


(c)

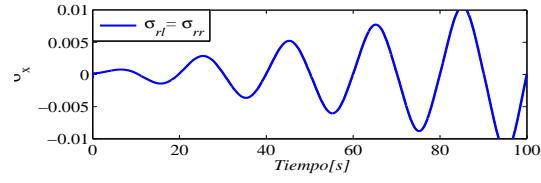


(d)

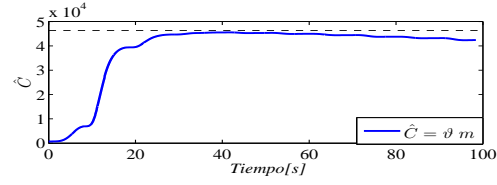
Figura 3.10: Sim. 1. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrj} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj} .



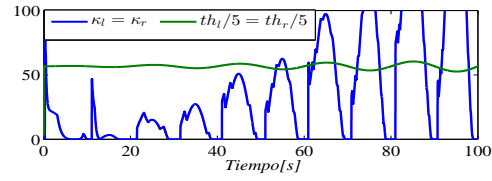
(a)



(b)

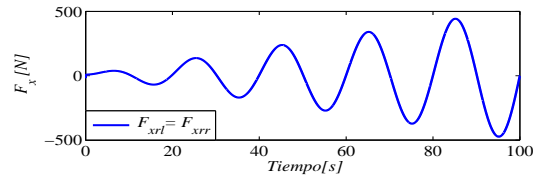


(c)

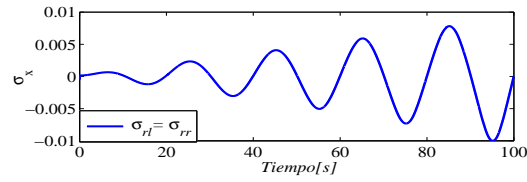


(d)

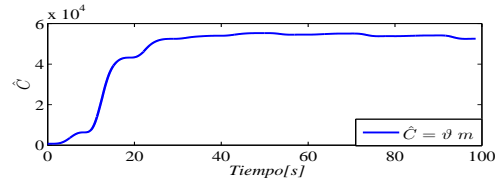
Figura 3.11: Sim. 2. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrj} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj} .



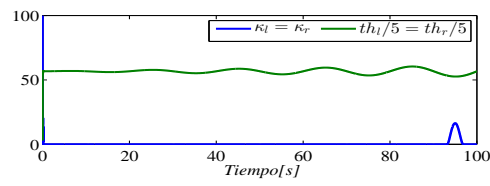
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.12: Sim. 3. (a) Fuerzas longitudinales F_{xrj} ; (b): Deslizamientos longitudinales σ_{rx} ; (c): Parámetro \hat{C} ; (d): Límites e indicadores de la calidad de estimación de μ_{Sj} .

3.7. Estimación del ángulo de rolido

Tal como se mostró en 2.7, existen modelos de vehículos que necesitan conocer el ángulo de rolido. Una solución sencilla y económica a este problema sería integrar directamente las velocidades angulares que mide un giróscopo de tres ejes solidario a la plataforma. Pero estos sensores tienen problemas de offset y no resulta práctica una integración a lazo abierto. Para evitar este problema, existen distintas estrategias de estimación, algunas de las cuales se citan a continuación [74, 75].

En esta sección se presentan dos estrategias de estimación de ángulos de rolido. La primera es un método de estimación basado en un modelo concentrado y lineal de dinámica de rolido, cuyos parámetros se estiman con una estrategia de mínimos cuadrados. Esta estrategia permite obtener una estimación del ángulo de rolido que podría usarse como entrada en la ecuación 2.33.

La segunda es una estrategia de estimación de los ángulos de orientación de una plataforma lentamente acelerada (para utilizarla en vehículos habría que hacer algunas modificaciones). Esta estrategia se basa en sensores, y estima utilizando observadores no lineales. La misma es independiente del tipo de plataforma sobre la cual está montada.

3.7.1. Estimación del ángulo de rolido basada en un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados

Se propone un estimador de los ángulos de rolido a lazo abierto basado en la ecuación (2.33),

$$I_r \dot{p} = (F_{yf} + F_{yr} + G\phi)h_r + r_s \phi + r_d p \quad (3.68)$$

Esta ecuación se puede reescribir en función de la medición de un acelerómetro (a_{ym}) colocado en el centro de masa alineado con el eje Y del vehículo. Considerando un modelo de vehículo con rolido (2.7), el acelerómetro mide las fuerzas laterales que se producen sobre la masa concentrada en el eje Y , y además la componente de fuerza de la gravedad producto de la rotación en rolido siendo m_s la masa suspendida del

vehículo. Considerando esto la ecuación (3.68) se puede reescribir como,

$$I_r \dot{p} = a_{ym} m_s h_r + r_s \phi + r_d p \quad (3.69)$$

Esta ecuación se puede expresar como una función de transferencia en la variable de Laplace s , considerando como entrada a la medición de aceleración lateral y como salida al ángulo de rolido.

$$\frac{\phi}{a_{ym}}(s) = \frac{1}{I_r} \frac{h_r m_s}{s^2 + \frac{r_d}{I_r} s + \frac{r_s}{I_r}} \quad (3.70)$$

Discretizando a este sistema utilizando la transformación de Euler (o en adelante) $s = (z - 1)/T_s$ se obtiene una función de transferencia en la variable z que tiene dos polos, en donde T_s es el tiempo de muestreo,

$$\frac{\phi}{a_{ym}}(z) = \frac{h_r m_s T_s / I_r}{\frac{I_r - b T_s + k T_s^2}{I_r} - \frac{2 I_r + b T_s}{I_r} z + z^2}$$

Se propuso un modelo de identificación de dos polos, modelado por la siguiente ecuación en diferencias, en el cual quedarían tres coeficientes a determinar.

$$y[n] = a_0 u[n] + b_1 y[n - 1] + b_2 y[n - 2]$$

Luego de realizar el proceso de identificación con este modelo se obtuvo un sistema inestable, lo cual se atribuye a dinámicas que no han sido modeladas por (2.33). Por ese motivo se propone un modelo de dos polos y un cero,

$$y[n] = a_0 u[n] + a_1 u[n - 1] + b_0 y[n - 1] + b_1 y[n - 2] \quad (3.71)$$

Con este modelo, y siguiendo el proceso de identificación que se explica a continuación se obtuvo una ecuación en diferencias estable. Quedan 4 coeficientes incógnitas para determinar, los cuales se definen utilizando la variable $\theta = [b_1; b_0; a_1; a_0]$.

Para esto se deben tomar una N cantidad de muestras de la entrada y de la salida y armar la siguiente matriz,

$$\Omega = \begin{pmatrix} y[2] & y[1] & u[2] & u[1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y[N-1] & y[N-2] & u[N-1] & u[N-2] \end{pmatrix}$$

cuya dimensión es N por 4 y el siguiente vector de mediciones,

$$Y = \begin{bmatrix} y[3] \\ \vdots \\ y[N] \end{bmatrix}$$

de dimensión $N \times 1$

El proceso de estimación consiste en resolver el sistema de ecuaciones lineal,

$$Y = \Omega \theta$$

donde θ son las incógnitas a determinar (los coeficientes de la ecuación en diferencias). Como la matriz Ω no es cuadrada, se debe realizar la pseudoinversa para resolver al sistema. El criterio de pseudoinversa utilizado fue el de mínimos cuadrados utilizando la función *pinv* de Matlab.

$$\theta = \text{pinv}(\Omega)Y$$

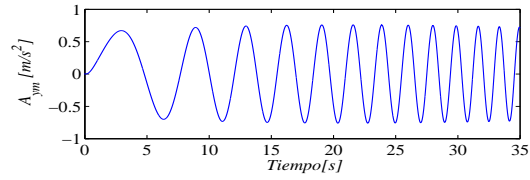
Para obtener los coeficientes del modelo de estimación y validar su funcionamiento se realizan dos simulaciones. En la primera, se realiza proceso de estimación bajo la siguiente condición: se propone una entrada de ángulo de dirección del tipo sinusoidal de frecuencia variable, baja velocidad (30 km/h) y una superficie del alta adherencia ($\mu_S = 0,8$). Esto da una aceleración lateral de 1 m/s^2 , con el objetivo que el ángulo de rido sea pequeño ($0,0045 \text{ rad} = 0.24 \text{ grados}$) y que el sistema se suspensiones esté trabajando en el rango lineal de operación (Fig. 3.13(a)). La maniobra dura 35 segundos. La información del instante anterior $t = 5 \text{ s}$ no se utiliza, de modo de que no sean considerados transitorios iniciales. La información obtenida entre $t = 5 \text{ s}$ y $t = 20$ se utiliza para identificar al sistema, obteniéndose $\theta = [1,9939; -0,9939; 94,955e - 6; -158,1e - 6]$. Se utilizó una frecuencia de muestreo de 1 Khz , utilizándose 15000 muestras para el proceso de estimación. Esta frecuencia es elevada comparada con la dinámica del sistema y posiblemente se pueda disminuirla y continuar obteniendo

buenos resultados de estimación. Pero como el proceso de estimación se hace *offline* en una PC no resulta un problema calcular la pseudoinversa de una matriz de 15000 por 4.

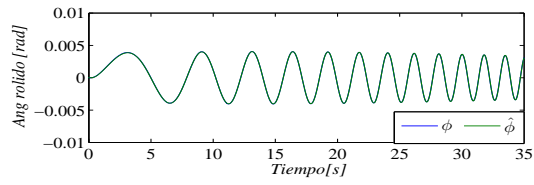
Utilizando los coeficientes del estimador obtenido se utiliza la ecuación en diferencias (3.71) para estimar el ángulo de rolido para la misma maniobra propuesta en el proceso de estimación, pero en este caso se utilizan los 35 segundos completos, obteniéndose los resultados que se muestran en Fig. 3.13(b). En la figura se puede ver la correcta estimación del ángulo de rolido, aún en el transitorio inicial.

Para validar al estimador en otro punto de operación se lo utiliza en una maniobra también sinusoidal de frecuencia variable, pero a 80 km/h . Esto da como resultado picos de aceleración lateral de 7 m/s^2 , al límite de adherencia lateral (Fig. 3.13(c)). En esta condición el ángulo de rolido pico es de 0,045 rad (2,6 grados), región en la cual los amortiguadores trabajan en la zona no lineal de operación (cabe destacar que se configuró en CarSim para considerar un modelo no lineal de amortiguador). Estos resultados se muestran en la Fig. 3.13(d), donde se puede apreciar que ahora existe un error de estimación mayor que en la simulación anterior, dado que el punto de operación está lejos del cual fue diseñado el estimador. Además se puede apreciar que durante la maniobra disminuye la aceleración lateral, hasta unos 4 m/s^2 , disminuyendo también el error de estimación del ángulo de rolido, como era de esperar.

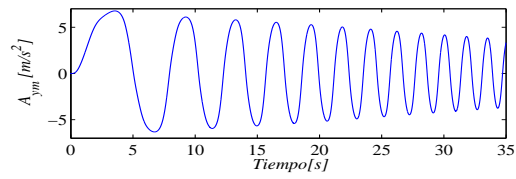
Se puede ver en la Fig. 3.13 que los coeficientes del modelo se obtuvieron en una situación de conducción a baja velocidad y maniobras laterales suaves, lo que da como resultado un ángulo de rolido pequeño y permite que los amortiguadores operen en la región lineal. Se utilizó una entrada de dirección de frecuencia variable, con el objetivo de obtener una aceleración lateral variable y excitar al sistema en distintas frecuencias. En primer lugar se validó el modelo obtenido en la misma condición de conducción para la cual se diseñó el estimador obteniéndose un error de estimación muy pequeño. Para probar el desempeño del estimador se evaluó una condición de mayor velocidad de conducción y aceleración lateral al límite de deslizamiento, obteniéndose un error relativo de estimación menor al 5 %.



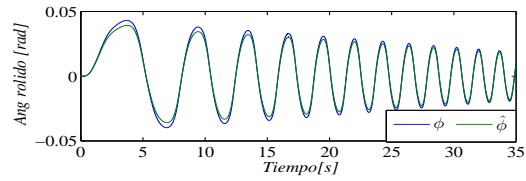
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.13: (a) Aceleración lateral a_y Sim. 1; (b): ángulo de rolido ϕ Sim. 1; (c): Aceleración lateral a_y Sim. 2; (d): ángulo de rolido ϕ Sim. 2

3.7.2. Estimación del ángulo de rolido basada en sensores

Existen distintas estrategias de estimación de los ángulos de una plataforma. El algoritmo QUEST, que estima los ángulos de orientación representados en un sistema de cuaterniones para bajar el costo computacional con respecto a los sistemas basados en sistemas de representación de ángulos de Euler. Para implementar este algoritmo se utiliza un acelerómetro en 3 ejes y un magnetómetro [76]. Existe otro algoritmo que realiza una estimación a priori de los ángulos mediante una integración directa de las velocidades angulares medidas con un giróscopo y luego realiza una corrección mediante la utilización de un filtro de Kalman y como mediciones un acelerómetro en tres ejes y un magnetómetro en tres ejes [77]. Normalmente para estrategias se utilizan de sensores inerciales y magnetómetros. Los giróscopos tienen problemas de offset, pero éstos pueden ser absorbidos por las estrategias de estimación utilizadas. Los acelerómetros no tienen graves problemas que necesiten alguna corrección o calibración. En cambio, los magnetómetros utilizados para estimación de orientación miden el campo magnético terrestre (muy débil), tienen conocidos problemas de offset, para lo cual se debe realizar inevitablemente una calibración [78]. Los principales problemas de offset del magnetómetro se dividen en dos en la bibliografía: *Hard Iron offset* (HIO) y *Soft Iron offset* (SIO). El primero corresponde al campo magnético producido por los componentes ferromagnéticos ubicados en el circuito impreso sobre el cual está montado el magnetómetro, y el segundo corresponde a la magnetización temporaria de componentes metálicos en el circuito impreso por el efecto campo magnético terrestre. El HIO es independiente de la orientación del PCB, por lo tanto es relativamente fácil de conocer y suele ser el más notable de los dos efectos. Una vez conocido se puede restar como un offset constante a las mediciones del magnetómetro. El SIO es función de la orientación y se suele modelar como una matriz simétrica de 6 componentes que multiplica a las matrices de rotación, por lo tanto los algoritmos de estimación de HIO y SIO deben considerar la estimación de por lo menos 9 constantes.

En esta sección la estimación de los ángulos de orientación se realiza integrando las velocidades angulares medidas por los giróscopos. Esta es una integración a lazo abierto, la cual es sensible a variaciones de offset de los mismos. Por lo tanto se uti-

liza un observador que corrige la estimación a lazo abierto de los ángulos utilizando las aceleraciones y las mediciones magnéticas provistas por los acelerómetros y magnetómetros tal como se realiza en [77]. Este trabajo se diferencia de [77] en el método de estimación y el agregado de la calibración del magnetómetro.

Sistemas de representación en cuaterniones

En este trabajo se utiliza un sistema de coordenadas inercial cuyo eje X está orientado hacia el norte y cuyo eje Z es positivo hacia abajo. Para representar la orientación se ha optado por la utilización de cuaterniones. Este sistema de orientación tiene algunas ventajas con respecto a otros sistemas (como los ángulos de Euler): no aparecen singularidades en la matriz de velocidades angulares y no utiliza funciones trigonométricas, lo que facilita la implementación en un sistema digital.

Sistema dinámico

El sistema dinámico de estimación de ángulos representado en cuaterniones (que proviene de transformar las ecuaciones dinámicas de rotación) es el que sigue:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega_{(t)} q \quad (3.72)$$

En la (3.72), Ω es una matriz dependiente de las velocidades angulares medidas por el giróscopo y q es el vector de cuaterniones que representa la orientación del cuerpo.

$$\Omega_{(t)} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & \omega_y & \omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

En (3.73), ω_x , ω_y y ω_z son las componentes de la velocidad angular medidas por el giróscopo.

Salidas del sistema

Las mediciones realizadas por el acelerómetro y el magnetómetro (seis mediciones en total) se interpretan como salidas del sistema dinámico representado en (3.72), por

lo tanto es necesario expresar a las salidas como funcion de las variables de estado q .

Un acelerómetro ubicado en una plataforma no acelerada orientada con los ejes X e Y del sistema de coordenadas inercial mide,

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Se puede demostrar que si la plataforma no acelerada rota, la aceleración medida sobre la misma se puede expresar en función de cuaterniones como [77],

$$\vec{A}(q) = \begin{bmatrix} a_x(q) \\ a_y(q) \\ a_z(q) \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_0q_1 + 2q_2q_3 \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Idealmente, un magnetómetro orientado con el sistema inercial de coordenadas mide como lo expresa (3.76), en donde B es la intensidad de campo terrestre y χ el ángulo de incidencia de las líneas de campo sobre la superficie terrestre. Tanto B como δ dependen de la posición en el planeta en la que se encuentre el dispositivo.

$$\vec{M} = B \begin{bmatrix} \cos(\chi) \\ 0 \\ \sin(\chi) \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Se puede demostrar [77] que si la plataforma rota, el campo magnético medido por un magnetómetro en tres ejes se puede expresar en función de cuaterniones como (3.77).

$$\begin{aligned} \vec{M}(q) &= \begin{bmatrix} m_x(q) \\ m_y(q) \\ m_z(q) \end{bmatrix} = \\ &= B \begin{bmatrix} m_1(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) - m_2(2q_0q_2 - 2q_1q_3) \\ m_2(2q_0q_1 + 2q_2q_3) - m_1(2q_0q_3 - 2q_1q_2) \\ m_2(q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) + m_1(2q_0q_2 + 2q_1q_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.77)$$

Calibración de HIO

En este trabajo se realizó la calibración del HIO, la cual fue suficiente para realizar la estimación de ángulos. El proceso de calibración se realizó en forma recursiva [79–81]. Este proceso se basa en el hecho que las mediciones realizadas por el magnetómetro, en ausencia de los efectos externos, deberían ubicarse sobre la superficie de una esfera de radio B [82], siendo B el módulo del campo magnético terrestre, cuyo módulo es constante para una posición determinada de la tierra. Por lo tanto, para el proceso de calibración se parte de,

$$\left(\begin{matrix} \vec{M} \\ d \end{matrix} - \vec{H} \right) \cdot \left(\begin{matrix} \vec{M} \\ d \end{matrix} - \vec{H} \right) = B^2 \quad (3.78)$$

En donde $\begin{matrix} \vec{M} \\ d \end{matrix}$ es la medición realizada por un magnetómetro con error de HIO y H es el HIO.

$$\begin{matrix} \vec{M} \\ d \end{matrix} = \begin{bmatrix} m_{dx} \\ m_{dy} \\ m_{dz} \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}$$

A partir de (3.78) se puede deducir que el error residual debido a la variación paramétrica en la n -ésima medición [79],

$$r[k] = (m_{dx[k]}^2 + m_{dy[k]}^2 + m_{dz[k]}^2) - \begin{pmatrix} m_{dx[k]} \\ m_{dy[k]} \\ m_{dz[k]} \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 2 h_x \\ 2 h_y \\ 2 h_z \\ B^2 - h_x^2 - h_y^2 - h_z^2 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

Para minimizar el error de parámetros se utiliza el siguiente algoritmo de estimación de parámetros a través de mínimos cuadrados recursivo [73].

$$\begin{aligned} K[k] &= \frac{P[k]x[k]}{\lambda + x[k]^T P[k] x[k]} \\ P[k+1] &= (P[k] - K[k]x[k]^T P[k]) \frac{1}{\lambda} \\ \hat{\theta}[k] &= \hat{\theta}[k-1] + K[k] \left(y[k] - x[k]^T \hat{\theta}[k-1] \right) \end{aligned} \quad (3.80)$$

En donde P y K son variables definidas por el algoritmo, λ es el factor de olvido y:

$$\hat{\theta}_{[k]} = \begin{pmatrix} m_{dx}[k] \\ m_{dy}[k] \\ m_{dz}[k] \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

$$y[k] = m_{dx}^2[k] + m_{dy}^2[k] + m_{dz}^2[k]$$

Las ecuaciones implementadas en el microcontrolador son las que se muestran en (3.80) y (3.81), para lo cual se debe contemplar que las dimensiones de las variables utilizadas son las que se muestran en (3.82). Esto requiere que se hayan implementado en el microcontrolador funciones que permitan realizar los productos de matrices y/o vectores de las dimensiones requeridas.

$$\begin{aligned} \dim[x_{[k]}] &= \dim[K_{[k]}] = \dim[\hat{\theta}_{[k]}] = 4 \text{ por } 1 \\ \dim[P_{[k]}] &= 4 \text{ por } 1 \\ \dim[\lambda] &= \dim[y_{[k]}] = 1 \end{aligned} \quad (3.82)$$

Para llevar a cabo el proceso de calibración en forma recursiva se debe excitar al sistema de calibración con suficiente información, es decir, rotar la placa en distintas direcciones mientras se realiza el proceso de calibración.

Cabe destacar que las salidas del sistema correspondientes a las mediciones del magnetómetro se calcularán como la diferencia entre las mediciones instantáneas realizadas por el magnetómetro en cada eje y los respectivos valores de offset estimados por el proceso de calibración,

$$\begin{bmatrix} m_x[k] \\ m_y[k] \\ m_z[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{dx}[k] - h_x \\ m_{dy}[k] - h_y \\ m_{dz}[k] - h_z \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Observador

Para llevar a cabo la estimación de los ángulos de orientación se diseñó un observador no lineal de Luenberger (3.9), cuya estructura es la siguiente,

$$\dot{\hat{q}} = f(\hat{q}) + \left(\frac{\partial \Gamma(\hat{q})}{\partial \hat{q}} \right)^{-1} L (y - h(\hat{q})) \quad (3.84)$$

Existen 6 salidas disponibles para utilizar como variables de corrección ($y(q)$) y construir $\Gamma(q)$ (las tres aceleraciones y los tres campos magnéticos), lo que permite armar a $\Gamma(q)$ de distintas formas. Las cuatro salidas elegidas para el primer planteo del observador fueron Eq.3.85

$$h(q) = h_1(q) = \begin{bmatrix} a_x(q) \\ a_y(q) \\ a_z(q) \\ m_x(q) \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Donde la transformación que se corresponde con esa salida es $\Gamma_1(q)$ Eq. 3.86

$$\Gamma_1(q) = \begin{bmatrix} a_x(q) \\ a_y(q) \\ a_z(q) \\ m_x(q) \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

El determinante de $\frac{\partial \Gamma_1(\hat{q})}{\partial \hat{q}}$ se anula en algunos puntos. Existen distintas estrategias para salvar esta singularidad. En este trabajo, dado a que existen 6 salidas, y se utilizan solamente 4 para la transformación $\Gamma_1(q)$, en el caso que $\Gamma(q) = \Gamma_1(q)$ se esté por anular se consideró utilizar otra transformación $\Gamma(q) = \Gamma_2(q)$, la cual se define a continuación:

$$\Gamma_2(q) = \begin{bmatrix} a_x(q) \\ a_y(q) \\ a_z(q) \\ m_y(q) \end{bmatrix} \quad h(q) = h_2(q) = \begin{bmatrix} a_x(q) \\ a_y(q) \\ a_z(q) \\ m_y(q) \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

El criterio práctico para decidir qué transformación utilizar fue la cual su modulo sea mayor.

$$\begin{aligned}
 &\text{if } \left(\left| \frac{\partial \Gamma_1(\hat{q})}{\partial \hat{q}} \right| > \left| \frac{\partial \Gamma_2(\hat{q})}{\partial \hat{q}} \right| \right) \\
 &\quad \Gamma(\hat{q}) = \Gamma_1(\hat{q}) \\
 &\quad h(\hat{q}) = h_1(\hat{q}) \\
 &\text{else} \\
 &\quad \Gamma(\hat{q}) = \Gamma_2(\hat{q}) \\
 &\quad h(\hat{q}) = h_2(\hat{q}) \\
 &\text{end if}
 \end{aligned} \tag{3.88}$$

Se puede demostrar que los determinantes de las transformaciones no se anulan simultáneamente, entonces de esta forma se garantiza que el determinante de $\frac{\partial \Gamma(\hat{q})}{\partial \hat{q}}$ nunca se anule.

Implementación

Los estimadores se implementaron utilizando un microcontrolador de 32 bits de bajo costo: TM4C123GXL. El sensor utilizado es una IMU de 9 grados de libertad: MPU9150 de InvenSense Inc. Para lograr esto se discretizó al sistema dinámico utilizando el método de discretización de Euler con una frecuencia de muestreo de 50 Hz ($T = 0,02s$), la cual fue suficiente para obtener una estimación correcta.

En el microcontrolador se debe integrar al sistema dinámico (3.72), y luego calcular la corrección que realiza el observador (3.84). El sistema dinámico discretizado por el método de Euler incluyendo el término de corrección del observador queda como se muestra en Eq.3.89, siendo esta la ecuación que se implementó en el microcontrolador.

$$\hat{q}_{[n]} = \hat{q}_{[n-1]} + \left[\frac{1}{2} \Omega_{[n]} q_{n-1} + \left(\frac{\partial \Gamma(\hat{q}_{[n]})}{\partial \hat{q}_{[n]}} \right)^{-1} L (y_{[n]} - h(\hat{q}_{[n]})) \right] T \tag{3.89}$$

El principal problema en la implementación del observador es la resolución de la inversa de la derivada de la transformación $\Gamma(x)$ de (3.89). La misma se calculó en forma analítica para evitar calcular la inversa de Ω en el microcontrolador. Aquí en la implementación se destaca la utilización de un sistema de representación en cuaterniones:

una vez hallada la inversa, todos los cálculos necesarios para la resolución de Eq.3.89 son sumas o productos y no aparecen funciones trigonométricas, las cuales insumirían más tiempo resolver. Los tamaños de los vectores y matrices son los siguientes:

$$\begin{aligned}\dim[\hat{q}_{[n-1]}] &= \dim[\hat{q}_{[n]}] = \dim[y_{[n]}] = \dim[h(\hat{q}_{[n]})] = 4 \text{ por } 1 \\ \dim[\Omega_{[n]}] &= \dim[L] = \dim\left[\left(\frac{\partial T(\hat{q}_{[n]})}{\partial \hat{q}_{[n]}}\right)^{-1}\right] = 4 \text{ por } 4 \\ \dim[T] &= 1\end{aligned}$$

Los sensores giróscopo y acelerómetro poseen filtros digitales pasabajos cuyas frecuencias de corte son configurables por software a través de registros internos de los mismos. Estas frecuencias se definieron en aproximadamente 25 Hz para que sean acordes al tiempo de muestreo (La lectura de las mediciones se realiza a la frecuencia de muestreo de 50 Hz). El ancho de banda del magnetómetro no es configurable y la hoja de datos tampoco provee mucha información al respecto. Por lo que se ha podido ver en los resultados experimentales la actualización de las mediciones magnéticas se realiza a 8 Hz. La lectura de los sensores se realiza a través del puerto I2C sincronizada con una interrupción externa, cuya señal proviene del pin *data ready* del sensor inercial . Luego de esta lectura se llama a la función que calcula el observador y a la que calcula la estimación del offset en forma recursiva. Se utiliza una salida GPIO para medir el tiempo de procesamiento del observador, que es de aproximadamente 700 μs , quedando más de 19,3 ms libres entre cada instante de muestreo para otras funciones que se quisieran cargar en el microcontrolador. Esto da un tiempo de ocupación de aproximadamente 4 % Las mediciones obtenidas por el microcontrolador y distintas variables utilizadas para la estimación de ángulos (las cuales se detallan en las siguientes secciones) se transmiten a través del puerto virtual, el cual en la PC se ve como un COM3.

Calibración

El proceso de calibración dura 10 segundos desde que se enciende el equipo. Este tiempo es suficiente para que sea llevado a cabo el mismo, debiendo el usuario rotar la placa en distintas direcciones para excitar con suficiente información al algoritmo de estimación. No se debe rotar en ninguna dirección en particular, sino tratar de

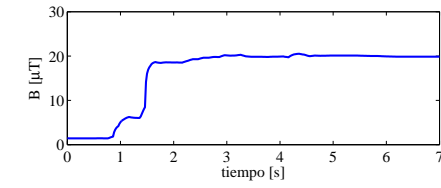
cubrir diversas posiciones, por ejemplo rotar aproximadamente 90 grados alrededor cada uno de los tres ejes.

En el siguiente ensayo se muestra este proceso, y en la Fig. 3.14(a) se muestra el resultado del campo magnético terrestre estimado. En la Fig. 3.14(b) se muestra el resultado de la estimación de las tres componentes del vector de HIO. En ambas figuras se puede observar que el proceso de calibración dura menos de 2 segundos y luego de este tiempo tanto el valor de B como las componentes de V alcanzan un valor constante, a pesar que el usuario continua rotando la placa durante los 7 segundos del ensayo. Luego de los 10 seg. el equipo almacena los últimos valores de calibración para que luego comience a funcionar el observador. Se puede apreciar también que el valor de B estimado ($19 \mu T$) es un valor que se corresponde los que se pueden obtener en cartas magnéticas para la región central de Argentina. En otras partes del mundo este valor puede superar los $55 \mu T$. Por último se puede observar que los valores de HIO están en el mismo orden de magnitud que el campo magnético B , debido a esto es fundamental el proceso de calibración de HIO, caso contrario las mediciones realizadas por el magnetómetro tendrían un porcentaje de error muy alto y no serían útiles para estimar la orientación.

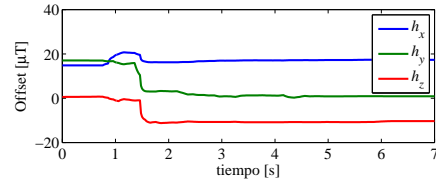
Observador

Para probar el funcionamiento del observador, luego de la calibración de 10 seg, se realizan una serie de rotaciones que se describen a continuación. Se coloca la placa en una posición determinada: horizontal y en una posición conocida con respecto al norte. Luego se rota exactamente 90 grados alrededor del eje Z , luego aproximadamente 75 grados y luego -150 grados alrededor del eje Y , luego 75 grados y -150 grados alrededor del eje X , y por último se vuelve rotar alrededor del eje Z volviendo a la posición exacta original. Esto se corresponde con los ángulos de Euler calculados a partir de los cuaterniones estimados Fig. 3.14(c)

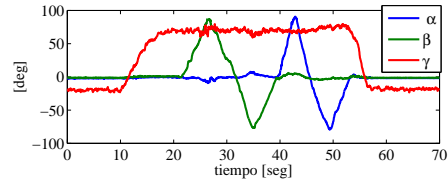
En la figura 3.14(f) se muestra el valor de los determinantes de las derivadas de las transformaciones Γ_1 y Γ_2 , donde se puede ver no se anulan simultáneamente. La utilizada para resolver el observador es la que instante a instante tenga mayor valor



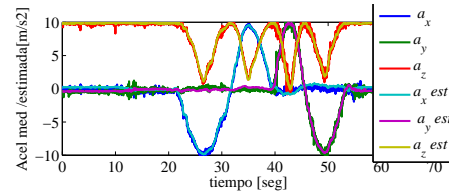
(a)



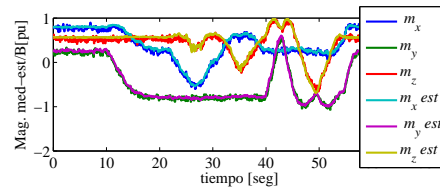
(b)



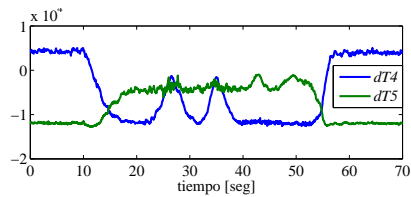
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 3.14: (a): Estimación recursiva del módulo de B . (b): Estimación recursiva del HIO. (c): ángulos de Euler. (d): Aceleraciones medidas y estimadas. (e): Campos magnéticos medidos y estimados. (f) Determinantes de las matrices de transformación Γ_1 y Γ_2

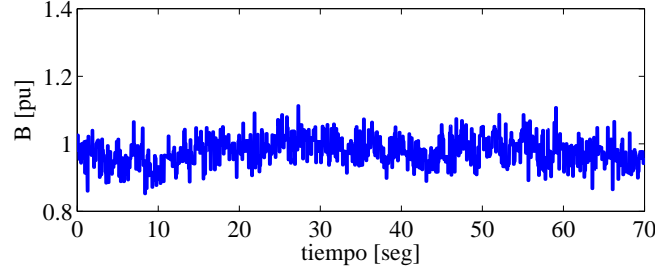


Figura 3.15: B instantáneo

absoluto.

Para verificar el funcionamiento del observador se muestran en las figuras 3.14(d) y 3.14(e) las 6 mediciones y las 6 salidas estimadas, donde se puede apreciar que el error de estimación es pequeño si se lo compara con el valor absoluto de las mediciones.

Por último se muestran los cuaterniones estimados (el vector de estados estimados por el observador). A partir de esta imagen no se pueden obtener muchas conclusiones debido a que el sistema de cuaterniones no es fácil de interpretar a simple vista, pero se muestra porque son los estados estimados del sistema y a partir de este vector se calcularon los ángulos de Euler mostrados en la Fig. 3.14(c). Por último se muestra en (3.90) al módulo del vector del campo magnético instantáneo utilizando las tres mediciones instantáneas del magnetómetro, descontados sus respectivos valores de HIO.

$$\frac{B_{[k]}}{B} = \frac{\sqrt{(m_{dx}[k] - h_x)^2 + (m_{dy}[k] - h_y)^2 + (m_{dz}[k] - h_z)^2}}{B} \quad (3.90)$$

Si el proceso de calibración del magnetómetro fuese perfecto y no existiera ruido en las mediciones (producto de campos magnéticos externos u otras fuentes) el valor de (3.90) debería ser 1, ya que el módulo del vector B es constante para una posición dada de la tierra. En este trabajo se corrigió solamente el HIO, pero existe el efecto del SIO y ruido en las mediciones, por lo tanto sería de esperarse que existan desviaciones del valor 1, tal como se ve en Fig.3.15. Como trabajo futuro se propone una calibración que contemple el SIO, con la que se esperaría reducir las desviaciones de 3.90 con respecto a 1.

3.8. Conclusiones

En este capítulo se presentaron estimadores de distintas variables, a fin de utilizarlas posteriormente en sistemas de control de tracción. Una variable que resulta importante conocer en el planteo de controles de tracción que funcionen correctamente en maniobras de giro, así como también en controles de estabilidad, es la velocidad lateral. Por este motivo, en la sección 3.2, se presentó el diseño e implementación de un SMO para la estimación de la dinámica lateral de un VE de 4 ruedas. Se verificó en simulación la robustez de este tipo de observador ante variación de parámetros y dinámicas no modeladas, a baja velocidad longitudinal. El observador propuesto fue probado con datos experimentales obtenidos sobre un VE. Con estos datos se observó que el error de estimación de la velocidad de guiño converge a cero, y se obtuvieron valores en el orden esperado de v_y y deslizamiento lateral, quedando como trabajo a futuro la validación de estas magnitudes a partir de la incorporación de un GPS diferencial y/o una cámara que mire al suelo. El observador se probó a velocidades longitudinales mayores a 40 km/h y los resultados de estimación dejan de ser correctos. Esto se debe a que la característica de fuerzas laterales se aleja considerablemente del modelo lineal presentado en la sección 2.2.3 y el observador no es capaz de compensar las no linealidades del sistema.

Como alternativa a los estimadores basados en modelos, en la sección 3.2.2 se presentó un observador de la velocidad lateral basado en un filtro de Kalman, el cual utiliza un modelo 'cinemático' de vehículo, y tiene la ventaja que no es necesario expresar las fuerzas laterales con un modelo matemático. Se obtuvieron resultados correctos de estimación para velocidades longitudinales altas y se verificó la consistencia del estimador utilizando dos herramientas: la magnitud de la observación y la innovación cuadrática media. Como desventaja comparado a los observadores basados en modelo, es que se requiere la incorporación de un GPS, cuya señal puede no estar siempre disponible.

Otra variable que se desea conocer para utilizarse en controles de tracción es el rozamiento entre la rueda y el suelo, el cual en esta tesis se denomina la condición de suelo (CDS). Esta variable determina que tanta fuerza pueden ejercer los neumáticos

de tracción y es importante conocerla para evitar que los mismos patinen. Por este motivo se desarrollaron algunos estimadores de esta variable. Los primeros que se desarrollaron (sección 3.4.1) son estimadores de la condición de suelo diseñados a partir de un modelo dinámico de cada rueda de tracción y un modelo longitudinal de fuerzas de tracción. Ambos estimadores funcionan correctamente en trayectorias rectas, pero no así en trayectorias curvas y su desempeño se mostrará en el siguiente capítulo, utilizados en conjunto con controles de tracción longitudinales. El segundo estimador es una mejora del primero, ya que se relajó la condición que sean conocidas las fuerzas normales en las ruedas de tracción.

Como mejora de los observadores mencionados, en la sección 3.5 se propusieron tres casos de observadores que estiman la condición de suelo tanto en trayectorias curvas como rectas. Para esto fue necesario desarrollar también estimadores de la velocidad lateral que funcionen correctamente a velocidades longitudinales mayores que el observador propuesto en la sección 3.2. El primer caso (subsección 3.5.2) corresponde a un observador de orden seis (tres de estos estados estimandos son la velocidad lateral y las condiciones de suelo), cuya implementación en un microcontrolador requeriría una considerable capacidad de cálculo. Para simplificar la cantidad de cálculos, considerando que la dinámica rotacional de la rueda es más rápida que la dinámica lateral, en el segundo caso (subsección 3.5.3) se propuso diseñar tres observadores en forma independiente. Cada observador es de orden 2, y dos de ellos estima cada condición de suelo a cada lado del vehículo y el restante la velocidad lateral. Finalmente, en el último caso (subsección ??), se redujo el orden de los tres observadores, obteniéndose así tres observadores de orden reducido (de orden uno), cuya implementación es mucho más sencilla comparado con los casos anteriores, debido a que no es necesario calcular inversa de matrices, siendo estos los observadores que se utilizan en el siguiente capítulo en conjunto con un control de tracción que considera a las fuerzas laterales.

Se propuso un estimador del ángulo de rolido, a fin de utilizarlo para compensar los efectos de la gravedad que se producen en los acelerómetros (ver sección). El mismo considera un modelo simplificado de la dinámica de rolido 2.33. En forma teórica, se obtuvo una función de transferencia de segundo orden, sin ceros, que mo-

del comportamiento del ángulo de rolido con respecto a la aceleración lateral. En primer lugar se propuso un modelo de estimación no paramétrica con esta forma, y el proceso dio como resultado coeficientes que hacían al modelo inestable. Por este motivo se amplió el modelo a uno de dos polos y un cero, y con esto se obtuvo un modelo estable. Esta diferencia se atribuye a dinámicas que no han sido modeladas por (2.33). Los coeficientes del modelo se obtuvieron en una situación de conducción a baja velocidad y maniobras laterales suaves, lo que da como resultado un ángulo de rolido pequeño y permite que los amortiguadores operen en la región lineal. Se utilizó una entrada de dirección de frecuencia variable, con el objetivo de obtener una aceleración lateral variable y excitar al sistema en distintas frecuencias. En primer lugar se validó el modelo obtenido en la misma condición de conducción para la cual se diseñó el estimador obteniéndose un error de estimación muy pequeño. Para probar el desempeño del estimador se evaluó una condición de mayor velocidad de conducción y aceleración lateral al límite de deslizamiento, obteniéndose un error relativo de estimación menor al 5 %.

Por último, se presentó el diseño e implementación en un microcontrolador de un observador no lineal para la estimación de los ángulos de orientación de una plataforma no acelerada. Se realizó el proceso de calibración de los magnetómetros utilizados a través de un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados, se diseñó el observador no lineal y se discretizó con un método numérico de Euler para poder implementarlo en el microcontrolador. Se verificó experimentalmente la orientación estimada, dando resultados satisfactorios. Queda como trabajo a futuro verificar la orientación a través de una plataforma calibrada que permita medir la misma. Se espera además incluir en el proceso de calibración los efectos del SIO y extender la estimación para plataformas aceleradas.

Capítulo 4

Control de tracción

4.1. Introducción

Un control de tracción (CDT) es un sistema cuyo objetivo principal es lograr que los neumáticos de tracción transmitan fuerza al suelo sin patinar. En general un CDT se asocia a un vehículo que acelera, pero en vehículos eléctricos (en los cuales es posible aplicar par negativo), el control de tracción se aplica también a frenado eléctrico, siendo análogo al frenado mecánico ABS.

Se dice que un neumático patina cuando el deslizamiento longitudinal (2.1) supera a un determinado umbral, el cual se denominará límite de deslizamiento estable. Cuando un neumático opera exactamente sobre este umbral ejerce la máxima fuerza que es capaz de transmitir al suelo. Si el mismo es superado la fuerza ejercida decrece. Además de la pérdida de fuerza transmitida al suelo, un neumático que patina produce otras consecuencias negativas relativas al comportamiento dinámico del vehículo:

- 1) Se pierde capacidad de aceleración, ya que no se aprovecha la fuerza máxima que el neumático puede ejercer en el límite de deslizamiento estable.

- 2) El aumento de la velocidad de la rueda con respecto a una rueda que se adhiere al suelo correctamente produce mayores pérdidas de energía. Esto se produce por dos motivos: es necesaria más energía para acelerar la rueda a una velocidad mayor (por su inercia) y el aumento de pérdidas en la resistencia de rodadura (la cual es proporcional a la velocidad tangencial de la rueda en contacto con el suelo). Esta

pérdida de energía se traduce en una menor autonomía del vehículo (en vehículos eléctricos la energía es estrictamente limitada).

3) Se pierde capacidad de control sobre el vehículo, dado que un neumático que patina se comporta de manera inestable. Si por ejemplo patina el neumático de un lado del vehículo y el del otro lado adhiere correctamente al suelo, el vehículo podría desviarse de su trayectoria.

4) Se pierde capacidad de adherencia lateral del vehículo debido a que un neumático que patina longitudinalmente pierde capacidad de ejercer fuerza lateral. Este efecto es el más importante de los cuatro desde el punto de vista de seguridad, debido a que en maniobras de giro se puede comprometer la estabilidad global del vehículo. Un ejemplo de este fenómeno es el derrape que manifiesta un vehículo de tracción trasera cuando es acelerado bruscamente en una curva.

El mencionado umbral de deslizamiento máximo depende de varios factores entre los cuales se destacan: el tipo de neumático, la fuerza normal que ejerce el mismo al suelo (carga vertical), el tipo o condición de suelo (CDS) y el ángulo de deslizamiento lateral (en el caso que el vehículo esté girando).

En la bibliografía pueden encontrarse diferentes estrategias de CDT. El *Model Following Control* se propone en [3], donde la dinámica de la rueda se trata como un sistema de inercia variable, suponiendo que un mayor deslizamiento de la rueda se puede ver como una menor inercia. Este sistema dinámico se compara con la planta nominal, y el error entre ellos se utiliza para limitar el par aplicado por los motores de tracción, para mantener la adherencia entre la rueda y la carretera. En el *Optimal Slip Ratio Control* [14], el deslizamiento de la rueda se regula en el rango deseado controlando el gradiente ($\frac{\partial \mu}{\partial slip}$). Esta estrategia de control mantiene el valor de la pendiente del coeficiente de rozamiento limitada, lo que garantiza que el neumático funcione en la zona de deslizamiento estable. En [15], se propone un método de búsqueda del punto de funcionamiento óptimo de las ruedas de tracción sin necesidad de medir o calcular la relación de deslizamiento, para evitar el cálculo del deslizamiento de la rueda en vehículos eléctricos.

En [16], se propone una estrategia de control por modos deslizantes de segundo orden para el control de deslizamiento de las ruedas, con el fin de maximizar las fuerzas

de tracción. En [17] se presenta una estrategia de control de tracción para vehículos eléctricos, que se basa en la detección del par máximo transmisible, evitando la evaluación de la inversa de la función no lineal que relaciona el coeficiente de rozamiento con deslizamiento. En [5], se diseña un observador no lineal para la estimación de la condición del camino y la máxima fuerza de tracción se controla usando la saturación dinámica del par. Una estimación robusta de las fuerzas de tracción se presenta en [18], así como una estrategia para controlar y mantenerlas dentro de la región estable. Aunque todas estas estrategias han mostrado un buen desempeño, no analizan el comportamiento de las propuestas durante las maniobras de giro.

En situaciones en las que se requieren maniobras de aceleración o frenado mientras el vehículo realiza una maniobra de giro, se produce un aumento del deslizamiento longitudinal para alcanzar las fuerzas de tracción / frenado requeridas, pero también se puede observar una disminución de las fuerzas laterales. Para compensar esta pérdida de fuerza lateral con el fin de permitir que el vehículo continúe con la trayectoria deseada, se debe aumentar el ángulo de deslizamiento lateral. Más aún, en caso de maniobras de aceleración / frenado bruscos en curvas, las ruedas de tracción pueden patinar produciendo una gran disminución de las fuerzas laterales lo que eventualmente podría conducir a la pérdida del control del vehículo. Por lo tanto, el diseño de un control de tracción que garantice la estabilidad del vehículo en las maniobras de giro debería tener en cuenta el efecto combinado de las fuerzas longitudinal y lateral de los neumáticos.

En este capítulo se presentan distintas estrategias de control de tracción basadas en estimadores de la condición de suelo y de la velocidad lateral. Estas estrategias se pueden separar en dos grupos en función de la variable que controlan: control de par y control de deslizamiento. La primera consiste en calcular el par máximo que pueden ejercer los motores de tracción para que las ruedas no patinen. La segunda limita el deslizamiento longitudinal de las ruedas de tracción a un determinado valor, limitando indirectamente el par de tracción. Las dos técnicas utilizan variables las estimadas para calcular el valor de par o deslizamiento máximo permitido.

En la primera parte del capítulo se muestran estrategias de control longitudinales, las cuales se basan en modelos longitudinales de vehículo y de neumático. Las mismas

no consideran la interacción entre fuerzas longitudinales y laterales por lo que disminuyen su rendimiento en maniobras de giro o podrían no funcionar. Luego, con el objetivo de mejorar las estrategias de control longitudinal se proponen estrategias de control de tracción que consideran además las fuerzas laterales. Todos los controles presentados utilizan información de variables estimadas con los diferentes métodos presentados en el capítulo anterior.

4.2. Control de tracción longitudinal

En esta sección se presenta el desarrollo de un sistema de control de tracción (CDT) basado en un observador. La estrategia de CDT planteada controla el deslizamiento longitudinal para que los neumáticos de tracción trabajen en la región estable de fuerza (ver sección 2.2.2). Esto implica que el deslizamiento no deberá sobrepasar un valor de $\sigma_{x\max}$ para una condición de suelo (CDS) y fuerza normal dadas. La condición de suelo a cada lado del vehículo se estima utilizando los dos observadores individuales, uno para cada rueda de tracción, que se presentaron en la sección 3.4.1.

A partir del modelo de fuerzas longitudinal de *brush* (2.5) se puede ver que las fuerzas alcanzan su valor de saturación en $\sigma_x = \sigma_m$. El valor límite de deslizamiento ($\sigma_{x\max}$) se define como el 90 % del valor de σ_m para permitir un margen de seguridad al control antes ingresar a la región inestable de fuerza ante errores o incertidumbres paramétricas.

$$\sigma_{xj\max} = 0,9(\sigma_{xj}|_{F=3\mu_{sj}F_{zrj}}) \quad (4.1)$$

El esquema del CDT se presenta en la Fig. 4.1. La entrada de referencia al sistema es la posición del pedal del acelerador, interpretada por el sistema de control como una referencia de la fuerza que el conductor desea aplicar al suelo. Conociendo la referencia de fuerza y μ_s es posible encontrar el deslizamiento de referencia para el cual cada neumático ejercerá la fuerza de tracción requerida. De esta forma se realiza un control al deslizamiento de la rueda, lo que indirectamente controla la fuerza ejercida al suelo. En el caso que el calculo de deslizamiento de referencia a partir de la referencia de fuerza ejercida por el conductor de como resultado un valor de

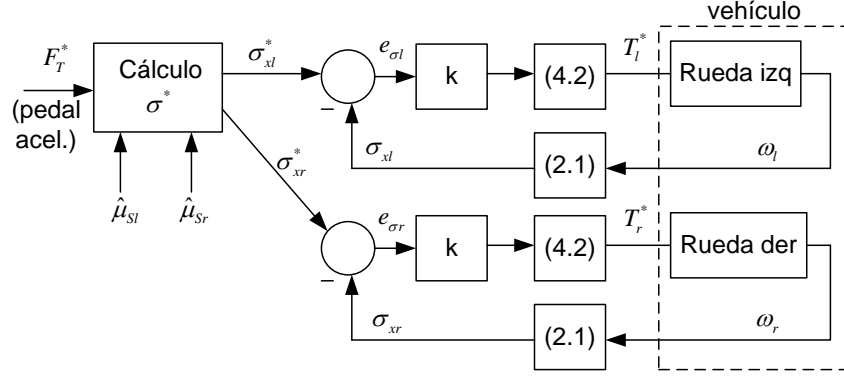


Figura 4.1: Diagrama en bloques del CDT.

σ_x superior a $\sigma_{x\max}$ se saturará la referencia de deslizamiento a $\sigma_{x\max}$ lo que implica que no será posible transmitir al suelo toda la fuerza requerida por el conductor, pero se garantizará operar en la región estable de fuerzas (ver sección 2.2, Fig. 2.6). La estrategia utilizada para controlar la fuerza de cada rueda es linealización por realimentación. El bloque de linealización se diseña para que el conjunto formado por: el bloque de linealización, el modelo de una rueda de vehículo (2.4) y el bloque de cálculo de deslizamiento se comporten (2.1) con un integrador. Su expresión es:

$$T_j = \frac{u_j v_x I_\omega + F_{rxj} r_d + F_{rj} r_d}{(1 - \sigma_{xj})^2} \quad (4.2)$$

donde u_j es la entrada al sistema linealizado y T_j la salida (el par aplicado al motor); F_{rxj} es la fuerza calculada según (2.5), cuyo cálculo requiere del valor de $\hat{\mu}_{sj}$. La ganancia $k = 1000$ se eligió para lograr tiempos de establecimiento adecuados al problema (ver Fig. 4.5).

En el caso de CDS diferentes para el lado izquierdo y derecho del vehículo, es posible que sature la fuerza aplicada al lado de menor adherencia; por ejemplo un vehículo que circula por una ruta asfaltada y su lado derecho pisa la banquina. Esto provocaría que en el neumático izquierdo aplique la referencia de fuerza deseada por el conductor y el derecho no lo haga. Esta diferencia de fuerzas entre izquierda y derecha produciría un momento alrededor del eje Z del vehículo, pudiendo inestabilizarlo. El bloque de cálculo de deslizamiento contempla la situación descrita, procediendo a aplicar en ambas ruedas tractoras la máxima fuerza que puede admitir el neumático

correspondiente al lado de menor adherencia, evitando así la generación de momento de guiño, pero resignando algo de capacidad de aceleración [83]. Esta situación se mostrará en los resultados de simulación (Sec. 4.3.3).

4.2.1. Simulaciones

En esta sección se muestra el desempeño del observador propuesto CDT propuesto, que emplea los observadores desarrollados en la sección 3.4.1. para distintas situaciones de conducción. Las ganancias del observador se eligen como $l_1 = 30$ y $l_2 = 2000$ para obtener la velocidad de convergencia deseada. Las simulaciones se realizaron utilizando el modelo en Carsim/Simulink (ver sección C).

Vehículo acelerando en trayectoria recta bajo distintas condiciones de suelo

El vehículo circula en línea recta durante 8 segundos con una velocidad inicial de 11 m/s (aproximadamente 40 km/h) sobre una superficie con CDS variable (Fig. 4.2(a)). Entre $t = 0s$ y $t = 1s$ se aplica al suelo una fuerza de tracción (50 N) necesaria para mantener su velocidad constante. En el instante $t = 1s$ el conductor presiona el acelerador para aplicar una fuerza de tracción de 1400 N al suelo (trazo azul de la Fig. 4.2(b)).

El aumento de la fuerza transmitida al suelo a partir de este instante le permite al vehículo incrementar su velocidad con el perfil que se muestra en la Fig. 4.2(c).

Al inicio de la simulación el vehículo circula por una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,9$). A los 5,5s cambia la adherencia de la superficie a $\mu_S = 0,5$ y a los $t = 7,3s$ cambia nuevamente a $\mu_S = 0,2$ (Fig. 4.2(d)).

Entre $t = 0s$ y $t = 1s$ la fuerza deseada por el conductor es pequeña (solamente la requerida para vencer los rozamientos y mantener la velocidad constante). En esta región no se obtiene una buena estimación del parámetro μ_S , debido a que en la región de bajo deslizamiento la fuerza es prácticamente independiente del parámetro μ_S , tal como se explicó en la sección 2.2.4. Sin embargo, se puede ver en la figura 4.2(b) la correcta estimación de la fuerza de tracción en esta región a pesar del error en la estimación de μ_S .

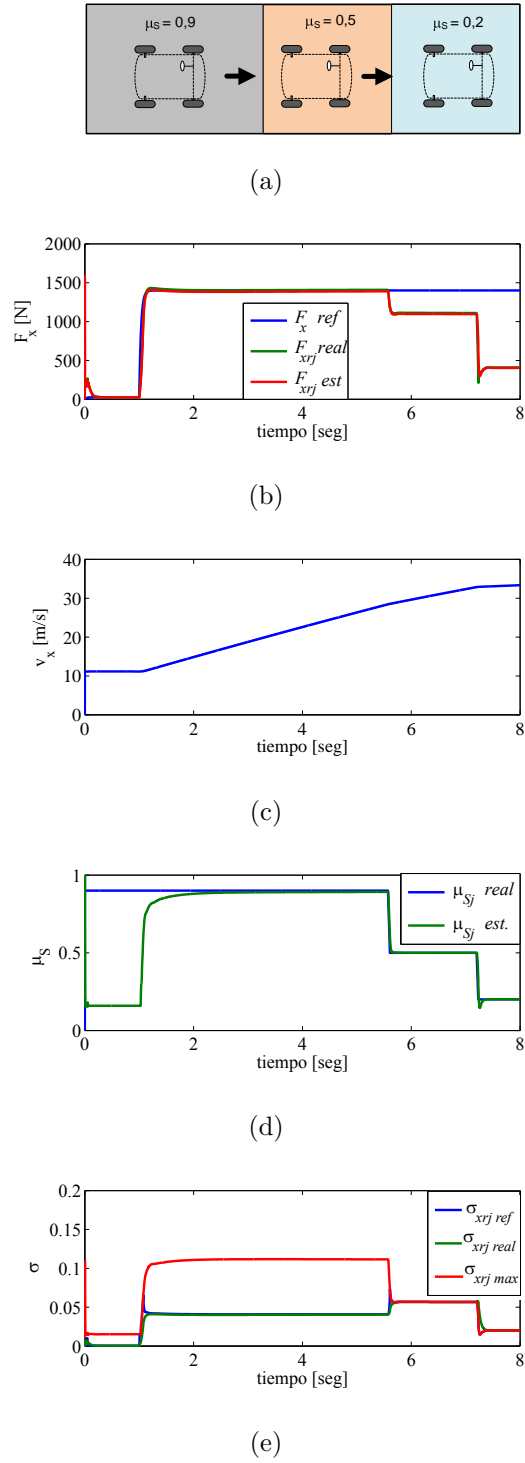


Figura 4.2: Vehículo acelerando en trayectoria recta para distintas CDS. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Velocidad longitudinal. (d): Condición de suelo. (e): deslizamiento longitudinal.

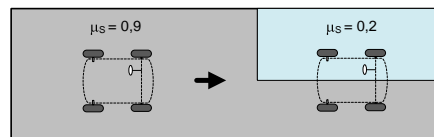
Entre $t = 1s$ y $t = 5,5s$ el vehículo es capaz de transmitir al suelo los 1400 N en las ruedas de tracción (Fig. 4.2(b)). Entre $t = 5,5s$ y $t = 7,3s$ el vehículo no es capaz de transmitir la fuerza de referencia debido al cambio de CDS, sino que solamente transmite 1200 N. Entre $t = 7,3s$ y $t = 8s$ el vehículo es capaz de transmitir menos fuerza aún al suelo (500 N) debido al nuevo cambio a una superficie de menor adherencia.

En la figura 4.2(e) se muestran la referencia de σ_x que ingresa al sistema de control de deslizamiento, el deslizamiento real y el límite de deslizamiento estable para la condición de suelo dada. Entre 0 y 1s el deslizamiento real es muy pequeño y se corresponde con el periodo en que el observador no estima correctamente el valor de μ_S . Entre 1 y 5,5s el deslizamiento de referencia se corresponde con el necesario para transmitir al suelo la fuerza requerida (1400 N). Entre 5,5 y 8s la referencia de deslizamiento satura con el valor máximo de deslizamiento (σ_{\max}) que el CDT permite para la CDS actual: entre 5,5 y 7,3s $\sigma_{x\max}$ es 0,05 (se corresponde con $\mu_S = 0,5$). Entre 7,3 y 8s $\sigma_{x\max}$ es 0,02 (correspondiente a $\mu_S = 0,2$).

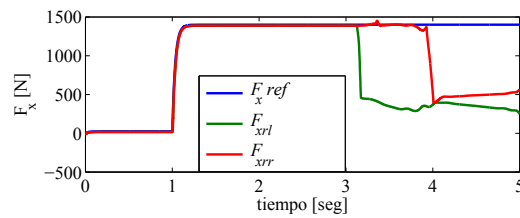
Cambio de la condición de suelo a un lado del vehículo. CDT desactivado

En esta simulación un vehículo circula en línea recta por una carretera asfaltada de alta adherencia ($\mu_S = 0,85$) cuyo ancho es de 10 m, como se muestra en la Fig. 4.3(a). Tiene una velocidad inicial de 60 km/h. El vehículo no posee CDT: el conductor tiene control directo del par ejercido a los neumáticos, pero no de la fuerza real transmitida al suelo.

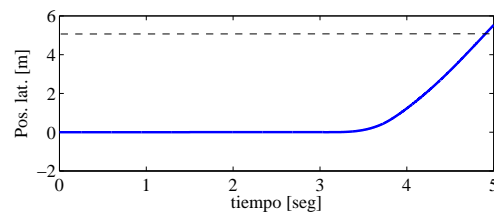
Como se observa en la Fig. 4.3(b) en el instante $t = 1s$ el conductor presiona el acelerador para lograr una fuerza de tracción de 1400 N, la cual es transmitida al suelo en el intervalo 1 a 2,9s. A los 2,9s las ruedas del lado izquierdo del vehículo alcanzan una superficie de muy baja adherencia ($\mu_S = 0,2$), disminuyendo considerablemente la fuerza aplicada (500 N aproximadamente) por la rueda izquierda de tracción (Fig.4.3(b)). Esta diferencia de fuerzas ejerce un momento alrededor del eje vertical del vehículo provocando que el mismo se despiste en solo 2,1s: en el intervalo 2,9 a 5s se desvía más de 5 metros hacia la izquierda atravesando el límite del camino



(a)



(b)



(c)

Figura 4.3: Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT desactivado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Posición lateral.

(Fig. 4.3(c)). En el instante $t = 3,8s$ disminuye también la fuerza de la rueda derecha, porque producto del despiste la rueda derecha alcanza también a la región de baja adherencia.

Cambio de la condición de suelo a un lado del vehículo. CDT activado

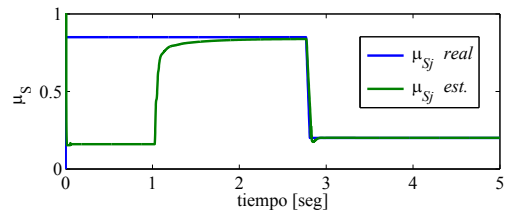
Se repite la simulación anterior con el CDT propuesto: control de igual fuerza (la menor posible en ambas ruedas). Se puede ver en la Fig. 4.4(a) la estimación de la CDS en el intervalo de $t = 1s$ a $t = 5s$. En la Fig. 4.4(b) se muestra la referencia de fuerza: se puede ver como las fuerzas transmitidas al suelo ejercidas por ambos neumáticos disminuyen a 500 N en el instante en que la CDS de la rueda izquierda pasa a $\mu_S = 0,2$. A diferencia de la simulación anterior, en este caso no existe una diferencia de fuerzas de tracción a izquierda y a derecha del vehículo en el intervalo 3,5 a 5s (Fig. 4.4(b)). Debido a ello, no se genera un momento alrededor del eje Z y el vehículo no desvía su trayectoria (sólo 2 cm, Fig. 4.4(c)).

4.3. Control de tracción longitudinal independiente de las fuerzas normales

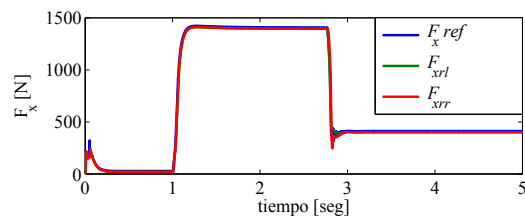
El CDT propuesto en esta sección es muy similar al propuesto en la sección anterior, pero no necesita el conocimiento de las fuerzas normales en las ruedas de tracción para su implementación, sino directamente a las fuerzas máximas que se pueden aplicar al suelo estimadas por el observador presentado en la sección 3.4.2). Al igual que en control anterior, además de controlar la fuerza aplicada individual por cada rueda de tracción, permite estabilizar el vehículo ante momentos de guiño (*yaw*) no deseados producto de aceleraciones sobre superficies de distinta adherencia a cada lado del vehículo.

Como se observa en la Fig. 4.5, el CDT consiste en dos lazos cerrados de control de deslizamiento para cada rueda de tracción. Las referencias de deslizamiento se calculan a partir de la fuerza que se desea transferir al suelo.

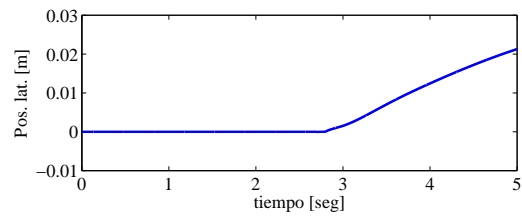
La entrada de este sistema de control es una referencia de fuerza de tracción (F_A),



(a)



(b)



(c)

Figura 4.4: Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT activado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Posición lateral.

impuesta por el pedal del acelerador. Esta referencia de fuerza pasa por un bloque limitador a F_{xmax} . La función de este bloque es limitar la fuerza de tracción que ingresa control de deslizamiento en el caso que la fuerza de referencia sea mayor a la que admite la superficie. Esto es lo que evita que las ruedas patinen (Control de tracción).

En el caso de CDS diferentes para el lado izquierdo y derecho del vehículo, el mismo es capaz de transmitir más fuerza al suelo sobre el lado de mayor adherencia. Para evitar el momento de guiño, el limitador de fuerzas F_{xmax} se define como la menor entre las fuerzas máximas que puede ejercer el vehículo a cada lado (η_l y η_r). Aquí se utiliza la información provista por los dos observadores ($\hat{\eta}_l$ y $\hat{\eta}_r$). Una vez pasado el bloque de limitación de fuerzas, a partir de la misma referencia de fuerza (F_{xref}) se calculan los deslizamientos (σ_{xl}^* y σ_{xr}^*) que deben ejercer cada rueda de tracción para cumplir con la referencia de fuerza deseada (F_{xref}). De esta forma se logra que independientemente de la CDS a cada lado del vehículo, la fuerza longitudinal ejercida por los neumáticos de tracción sea igual a ambos lados de vehículo, evitando que se produzca el mencionado momento. Para calcular las referencias de deslizamiento se utiliza la ecuación (4.3), y el detalle se explica en la subsección 4.3.2.

$$\sigma_{xj}^* = 3 \left[\frac{\eta_j - \sqrt[3]{(\eta_j - F_{xref}^*) \eta_j^2}}{C_x} \right] \quad (4.3)$$

Cada lazo de control de deslizamiento está compuesto por una ganancia proporcional al error (k), un bloque de linealización del sistema, la planta (2.4), y un bloque de cálculo de deslizamiento, a partir del cual se calcula el error con respecto a la referencia. El bloque de linealización se diseña para que el conjunto formado por: el bloque de linealización, la ecuación dinámica de la rueda y el bloque de cálculo de deslizamiento se comporten con un integrador.

Su expresión es (4.4) y el detalle del cálculo se realiza en la subsección 4.3.1.

$$T_j = [I_j v_x - (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x] \frac{I_w}{r_d (\sigma_{xj} - 1)^2} + (F_{xrj} + F_{rj}) r_d \quad (4.4)$$

donde I_j es la entrada al sistema linealizado y T_j la salida (el par aplicado al motor); F_{xj} es la fuerza calculada según (3.16), cuyo cálculo requiere del valor de $\hat{\eta}_j$. Se

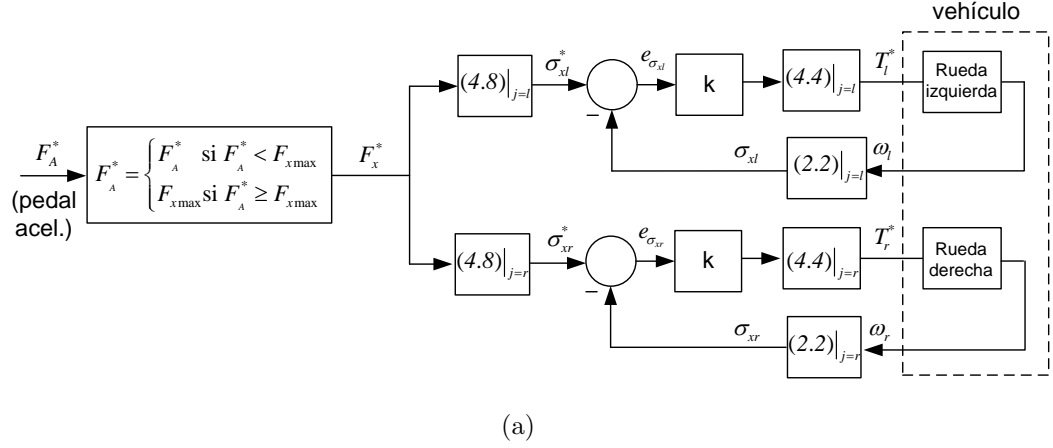


Figura 4.5: Diagrama en bloques del CDT.

puede ver que en esta expresión es necesario conocer a la derivada de la velocidad longitudinal del vehículo. La misma se calcula utilizando un modelo longitudinal de vehículo [38], cuya expresión es,

$$\dot{v}_x = \frac{F_{xrf} + F_{xrr} - k_a v_x^2}{m} \quad (4.5)$$

En donde k_a es una constante proporcional a las pérdidas aerodinámicas, F_{xrl} y F_{xrr} son las fuerzas transmitidas al suelo por las ruedas izquierda y derecha respectivamente y m es la masa del vehículo.

4.3.1. Bloque de linealización por realimentación

El bloque de linealización se diseña para que el conjunto de la ecuación de la rueda (2.4) (cuya entrada es el par T_j , su salida ω_j) y el cálculo de deslizamiento (2.1) (entrada ω_{rj} , salida σ_{xj}) se vean como un integrador.

Para realizar esto, se realiza un cambio de variables que permite encontrar un sistema cuya variable de estado es el deslizamiento. A partir de (2.1) (en aceleración) se obtiene una expresión de ω_j y se deriva con respecto al tiempo:

$$\omega_j = \frac{1}{r_d} \frac{v_x}{(1 - \sigma_{xj})}$$

$$\dot{\omega}_j = \frac{v_x \dot{\sigma}_{xj} - (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x}{r_d (\sigma_{xj} - 1)^2} \quad (4.6)$$

Igualando (4.6) con (2.15) y despejando $\dot{\sigma}_x$ se obtiene una ecuación diferencial en la variable σ_x que modela al sistema que se propuso obtener.

$$\dot{\sigma}_{xj} = \frac{1}{v_x} \left[\left(\frac{T_j - (F_{xjrj} + F_{rj})r_d}{I_w} \right) r_d (\sigma_{xj} - 1)^2 + (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x \right] \quad (4.7)$$

A partir de esta última expresión se puede ver que si la entrada de par se elige como la expresión

$$T_j = [I_j v_x - (\sigma_{xj} - 1) \dot{v}_x] \frac{I_w}{r_d (\sigma_{xj} - 1)^2} + (F_x + F_r)r_d$$

En donde I_j es la entrada del bloque de linealización, el sistema (4.7) se comporta como un integrador.

$$\dot{\sigma}_{xj} = I_j$$

4.3.2. Cálculo de las referencias de deslizamiento

Las referencias de deslizamiento que ingresan a cada controlador se calculan en función de la fuerza que se quiere ejercer al suelo.

Para calcular que valor de deslizamiento debe ejercer una rueda para ejercer una determinada fuerza al suelo, considerando los rozamientos, se utiliza la ecuación de la rueda en estado estacionario (2.4) y el modelo de fuerzas de *brush* (2.5).

De aquí,

$$\begin{aligned} 0 &= T_j - (F_{xjrj} + F_{rj})r_d \\ F_{xjrj} &= \frac{T_j}{r_d} - F_{rj} = F_{ref}^* \\ F_{xjrj} &= F_{ref}^* \end{aligned}$$

De esta última ecuación se desea despejar el deslizamiento longitudinal σ_{xj} , sabiendo que F_{xjrj} es un polinomio cúbico en σ_{xj} (ver (2.5)). A partir de esto se obtienen

tres raíces, las cuales dos de ellas son complejas conjugadas y una real pura.

$$\sigma_{xj}^* = 3 \left[\frac{\eta_j - \sqrt[3]{(\eta_j - F_{xref}^*) \eta_j^2}}{C_x} \right] \quad (4.8)$$

Esta última 4.8 se utiliza como referencia de deslizamiento. Esta expresión se utiliza para calcular ambas referencias de deslizamiento ($j = l, r$). Se puede ver que para evaluar (4.8) es necesario conocer el valor de η_j , para lo cual se utiliza el valor estimado por el observador propuesto en la sección (3.4.2).

4.3.3. Simulaciones

Para validar tanto el diseño del control de tracción como el esquema de observadores aplicados a cada rueda, se realizaron simulaciones mediante las plataformas CarSim/Simulink (ver apéndice C).

Las ganancias del observador se eligen como $l_1 = 30$ y $l_2 = 2000$ para obtener la velocidad de estimación de η_j en el orden de 10 ms . Esto proporciona la posibilidad al control de tracción de actuar rápidamente ante un cambio en la condición de suelo. Las ganancias de los controladores de tracción se seleccionaron en $k = 500$ para lograr una velocidad de actuación adecuada, y acordes a los tiempos de convergencia de los observadores.

Las simulaciones realizadas se presentan a continuación. En el primer caso se muestra un vehículo que circula a lo largo de una trayectoria recta sobre una superficie cuya adherencia cambia a lo largo del trayecto, utilizando el control de tracción propuesto. En la primera parte de esta simulación, la adherencia de la superficie es alta, y la fuerza de referencia es menor a la que admite la superficie. Luego, disminuye la adherencia del suelo y se invierte esta situación.

En el siguiente caso se muestra cómo es posible evitar el despiste de un vehículo que se encuentra acelerando, y la condición de suelo cambia a uno de los lados del mismo. Para lograr esto, el control de tracción, utilizando los valores de fuerza máximo estimados, limita el deslizamiento a ambas ruedas de tracción, para que la fuerza aplicada al suelo sea igual a ambos lados del vehículo.

Vehículo acelerando en trayectoria recta bajo distintas condiciones de suelo

El vehículo circula en línea recta durante 7 segundos con una velocidad inicial de 11 m/s (aproximadamente 40 km/h) sobre una superficie con CDS adherencia cambia a lo largo del trayecto de la forma que se muestra en la Fig. 4.6(a). Al inicio de la simulación el vehículo circula por una superficie de alta adherencia ($\mu_s = 0,9$). A los 3s cambia la adherencia de la superficie a $\mu_s = 0,5$ y a los 5s cambia nuevamente a $\mu_s = 0,2$ (Fig. 4.6(c)). La CDS es igual a cada lado del vehículo durante toda la simulación, por lo tanto los resultados obtenidos se muestran solamente para el lado izquierdo, ya que los correspondientes a la rueda derecha son idénticos.

En la Fig. 4.6(b) se muestra la fuerza de referencia provista por el acelerador (F_A^*), la fuerza longitudinal generada por la rueda provista por el simulador (F_{xrl}) y esta misma fuerza calculada a partir del parámetro η_l estimado por el observador. En la Fig. 4.6(c) se muestra la fuerza máxima que es posible aplicar al suelo, calculada como $\eta_l = \mu_{sl} F_z$, la fuerza máxima estimada por el observador $\hat{\eta}_l$ y, al igual que en la gráfica anterior, la fuerza longitudinal generada por la rueda provista por el simulador (F_{xrl}). En la figura 4.6(e) se muestran la referencia de deslizamiento (σ_{xl}) calculado como (4.3) que ingresa al sistema de control de deslizamiento y el deslizamiento longitudinal generado por el modelo de CarSim.

Entre $t = 0s$ y $t = 1s$ se aplica al suelo una fuerza de tracción (100 N) necesaria para mantener su velocidad constante. En el instante $t = 1s$ el conductor presiona el acelerador del vehículo para aplicar una fuerza de tracción de 1400 N al suelo (trazo azul de la Fig. 4.6(b)). El aumento de la fuerza transmitida al suelo a partir de este instante le permite al vehículo incrementar su velocidad con el perfil que se muestra en la Fig. 4.6(d). Además, por el efecto de la aceleración se produce una transferencia de carga hacia el eje trasero, aumentando la fuerza normal en las ruedas traseras, y esto se traduce también como un aumento de la fuerza máxima que se puede transferir al suelo. Este efecto se muestra en la Fig. 4.6(c): posterior al instante $t = 1s$, η_l se incrementa de 1750N a 2150N.

Entre $t = 0s$ y $t = 1s$ la fuerza deseada por el conductor es pequeña (solamente la requerida para vencer los rozamientos y mantener la velocidad constante). En esta

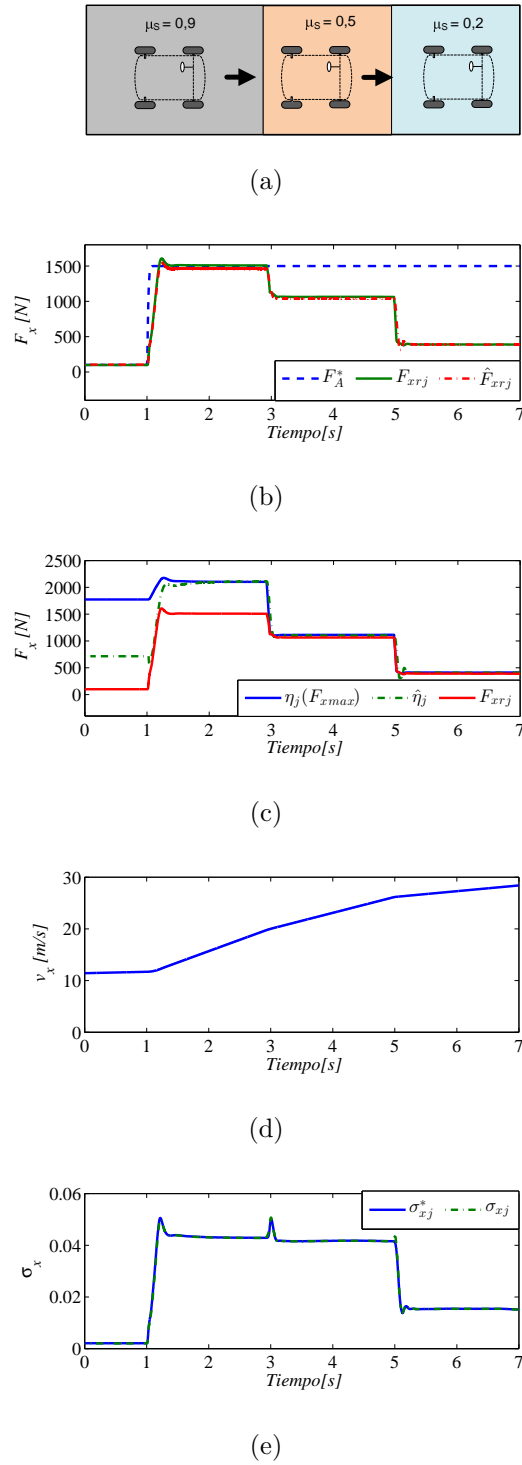


Figura 4.6: Vehículo acelerando en trayectoria recta para distintas CDS. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): Condición de suelo. (d): Velocidad longitudinal. (e): deslizamiento longitudinal.

región no se obtiene una buena estimación del parámetro η_l , debido a que en la región de bajo deslizamiento la fuerza es prácticamente independiente del parámetro η_l . Sin embargo, se puede ver en la figura 4.6(b) la correcta estimación de la fuerza de tracción (\hat{F}_{xrij}) en esta región a pesar del error en la estimación de μ_{Sj} , lo cual confirma la hipótesis que la fuerza de tracción es independiente de η_l en la región de bajo deslizamiento.

Entre $t = 0s$ y $t = 1s$ el deslizamiento longitudinal (Fig. 4.6(e)) es muy pequeño y se corresponde con el periodo en que el observador no estima correctamente el valor de $\hat{\eta}_l$. Entre $t = 1s$ y $t = 3s$ el deslizamiento de referencia se corresponde con el necesario para transmitir la fuerza requerida por el conductor al suelo ($1400N$). En este intervalo las fuerzas de tracción no están saturadas, ya que la máxima fuerza disponible es $2150N$. Entre $t = 3s$ y $t = 5s$ la referencia de deslizamiento corresponde al necesario para transferir $1200N$, y entre $t = 5s$ y $t = 7s$, el necesario para transmitir $400N$ al suelo. En el intervalo $t = 3s$ y $t = 7s$ la fuerza aplicada al suelo es la máxima que admite la superficie, por lo tanto si se aumentara el deslizamiento, las fuerzas de tracción no aumentarían más que las mostradas en la simulación. En este intervalo es el control de tracción quien limita la fuerza de referencia (F_A^*) al valor máximo de fuerza que es posible transmitir a esta superficie, estimado por el observador ($\hat{\eta}_l$).

Cambio de la condición de suelo a un lado del vehículo. CDT desactivado

En esta simulación un vehículo circula en línea recta por una carretera asfaltada de alta adherencia ($\mu_s = 0,85$) cuyo ancho es de 8 m. Tiene una velocidad inicial de 60 km/h. El vehículo no posee CDT: el conductor tiene control directo del par ejercido a los neumáticos, pero no de la fuerza real transmitida al suelo. La CDS cambia en el instante $t = 3s$ a $\mu_{Sl} = 0,2$ en el lado izquierdo del vehículo. Debido a que las condiciones de suelo varían entre un lado y otro del vehículo, en esta simulación se especifican los valores de las variables mostradas a ambos lados del vehículo (expresadas con subíndices l y r).

En la Fig. 4.7(b) se muestra la referencia de fuerza, la cual es proporcional a la posición del acelerador y las fuerzas aplicadas a cada rueda provistas por el simulador

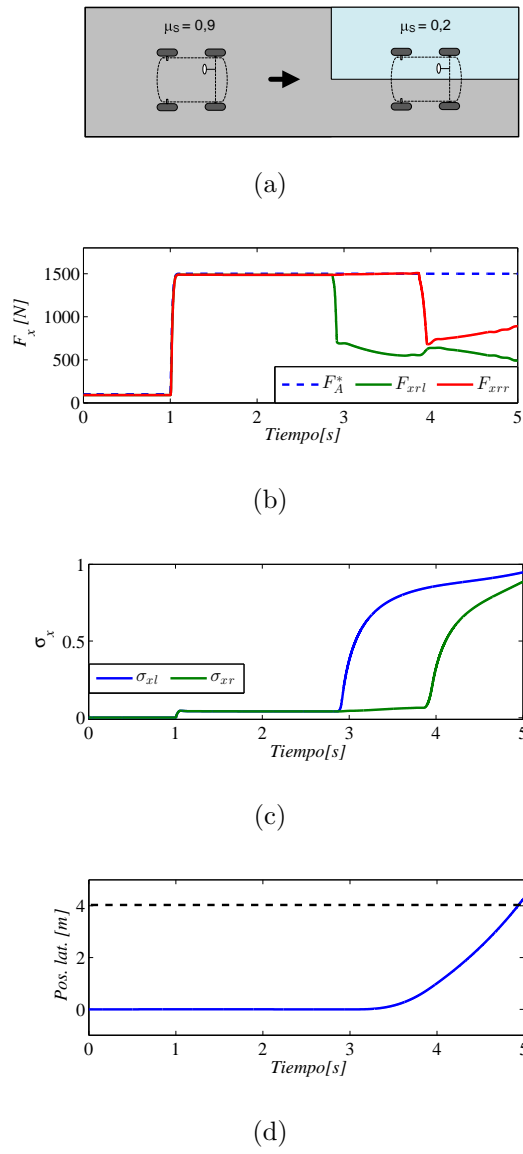


Figura 4.7: Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT desactivado. (a): Camino. (b): Fuerzas. (c): deslizamiento longitudinal. (d): Posición lateral.

(F_{xrl} y F_{xrr}). Como se observa en la Fig. 4.7(b), en el instante $t = 1s$ el conductor presiona el acelerador, lo que se traduce como una fuerza de tracción de $1400N$ hasta $t = 3s$. En este instante, las ruedas del lado izquierdo del vehículo alcanzan la superficie de baja adherencia ($\mu_{Sl} = 0,3$), disminuyendo considerablemente la fuerza aplicada ($600 N$ aproximadamente) por la rueda izquierda de tracción (Fig.4.7(b)) y aumentando el deslizamiento longitudinal de esa rueda (Fig. 4.7(c)). Esta diferencia de fuerzas genera un momento de guiño que produce que el mismo se despiste y el modelo de conductor no es capaz de corregir: en solo $2s$ en el intervalo $t = 3s$ a $t = 5s$ se desvía más de 4 metros hacia la izquierda atravesando el límite del camino (Fig. 4.7(d)). En el instante $t = 4s$ disminuye también la fuerza de la rueda derecha, porque producto del despiste la rueda derecha alcanza también a la superficie de baja adherencia.

Cambio de la condición de suelo a un lado del vehículo. CDT activado

A continuación se repite la simulación anterior utilizando el CDT propuesto. En la Fig. 4.8 se muestra la fuerza de referencia provista por el acelerador (F_A^*) y las fuerzas longitudinales aplicadas a cada rueda, provistas por el simulador (F_{xrl} y F_{xrr}). En la Fig. 4.8(b) se muestra la fuerza máxima que es posible aplicar al suelo para cada rueda, calculadas como $\eta_l = \mu_{Sl}F_{zrl}$ y $\eta_r = \mu_{Sr}F_{zrr}$, y la fuerzas máximas estimadas por los observadores $\hat{\eta}_l$ y $\hat{\eta}_r$. Se puede ver que en el instante $t = 3s$ la fuerza máxima que puede transmitir la rueda izquierda disminuye a $600N$, producto del cambio de adherencia de la superficie sobre el lado izquierdo del vehículo.

El control de tracción calcula las referencias de deslizamiento (Fig. 4.8(c)) de modo que las fuerzas de tracción sean iguales a cada lado del vehículo (Fig. 4.8). Por este motivo, a pesar que la condición de suelo al lado derecho no se modifica y se podría continuar ejerciendo la misma fuerza al suelo, se limita la fuerza de tracción del lado derecho también. A diferencia de la simulación anterior, en este caso no existe una diferencia de fuerzas de tracción a izquierda y a derecha del vehículo en el intervalo $t = 3s$ a $t = 5s$ (Fig. 4.7(b)). Debido a ello, no se genera un momento alrededor del eje z y el vehículo prácticamente no desvía prácticamente su trayectoria (sólo $4cm$,

Fig. 4.8(d)).

Al igual que en la primera simulación, entre $t = 0s$ y $t = 1s$ no se obtiene una buena estimación de los parámetros η_j debido a que en la región de bajo deslizamiento la fuerza es prácticamente independiente de este parámetro. Por esta misma razón a partir del instante $t = 3s$ no se obtiene una correcta estimación de η_r , ya que a partir de este instante el control de tracción disminuye considerablemente la fuerza aplicada al suelo en el lado derecho del vehículo (F_{xrr}). Esto hace que la fuerza F_{xrr} esté trabajando cerca de la zona lineal y el observador no estime η_r correctamente. De todos modos este error de estimación no trae inconvenientes al control de tracción, ya que a partir de $t = 3s$ el control de tracción solamente utiliza la información de η_l (el menor entre η_l y η_r).

Se puede ver además el desempeño del control de tracción, los cuales siguen a las referencias de deslizamiento calculadas (Fig. 4.8(c)).

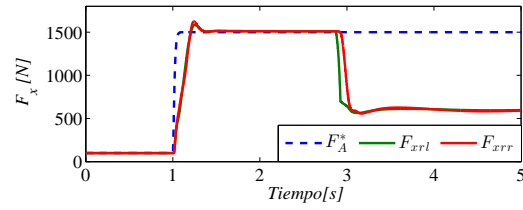
4.4. Control de tracción considerando fuerzas longitudinales y laterales

Al igual que los controles de tracción presentados en las secciones anteriores, el objetivo de este control de tracción es evitar que las ruedas patinen. Aunque tiene dos grandes diferencias con respecto a los anteriores,

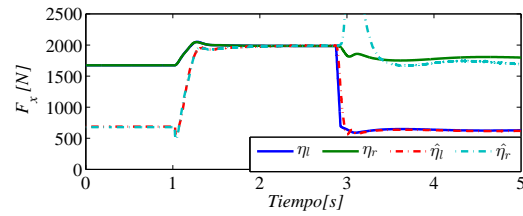
1) Se consideran a las fuerzas laterales que se producen en los neumáticos para el cálculo de la fuerza máxima que puede realizar un neumático, por lo tanto el control funciona correctamente tanto en maniobras rectas como en curvas.

2) El control de tracción se realiza mediante limitadores de par (en lugar de utilizar un control de deslizamiento). Esto tiene la ventaja en simplificar la implementación, pero es más sensible a la incertidumbre en la estimación de la condición de suelo, tal como se detallará en esta sección.

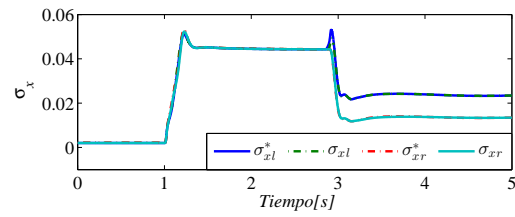
El control de tracción se diseña también a partir del modelo *brush* de neumático, pero ahora considerando a las fuerzas laterales (2.7). Debido a que este modelo requiere el conocimiento de la condición de suelo y la velocidad lateral, se utilizan los



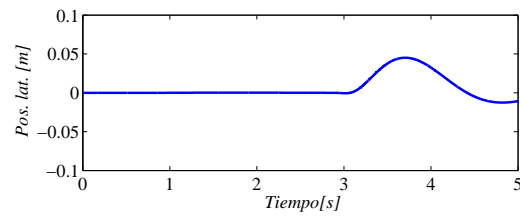
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.8: Cambio de la CDS a un lado del vehículo. CDT activado. (a): Camino. (b): Fuerzas máximas. (c): deslizamiento longitudinal. (d): Posición lateral.

observadores de estas variables presentados en la sección 3.5.4.

Cálculo de los valores de fuerza máxima

Para garantizar la operación de los neumáticos en la región estable, no se debe superar el valor de deslizamiento estable. A diferencia de lo que se planteó en los controles de tracción longitudinales, en este control se debe evaluar el deslizamiento combinado (2.8) y verificar que el mismo sea menor a de saturación ($\sigma \geq \sigma_m$).

Por lo tanto, según (2.13), el valor máximo de la fuerza que puede transmitir un neumático en cualquier dirección está dado por el producto entre la carga normal y el coeficiente de rozamiento,

$$F_{xyrj\max} = \mu_{Sj} F_{zrj} \quad (4.9)$$

y la fuerza total ejercida por cada neumático trasero está dada por:

$$F_{xyrj} = \sqrt{F_{xjr}^2 + F_{yjr}^2} \quad (4.10)$$

Aquí, al igual que sucedía en los controles de tracción longitudinales μ_S y F_z son condiciones impuestas por la situación actual del vehículo. Además, debido a que la dirección no es asistida, la fuerza lateral (F_y) queda determinada por la maniobra que este realizando el conductor y las condiciones del medio. La única acción que puede tomar el control de tracción para mantener la fuerza de tracción en la región estable es, en el caso de requerirse, limitar la fuerza longitudinal. La fuerza máxima longitudinal que puede ejercer un neumático para una CDS, fuerza normal y fuerza lateral dadas, puede obtenerse de igualar (4.10) y (4.9),

$$F_{xjr\max} = \sqrt{(\mu_{Sj} F_{zrj})^2 - F_{yjr}^2} \quad (4.11)$$

donde la fuerza lateral que ejerce el neumático se calcula a partir de los valores estimados de α_r , μ_{Sj} (obtenidos a partir de los observadores presentados en la subsección 3.5.4) y F_{zrj} obtenidos a partir de, [27], y usando (2.7).

A partir de la máxima fuerza de tracción, el valor de par máximo que pueden aplicarse a las ruedas de tracción se calculan considerando (2.42) en estado estacionario,

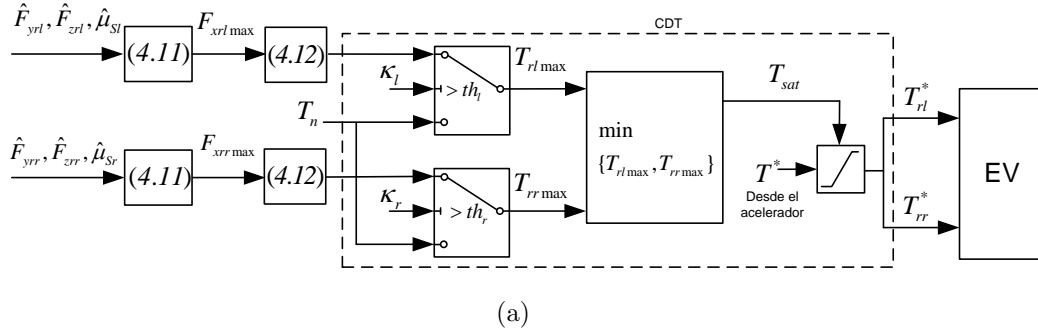


Figura 4.9: Esquema del control de tracción considerando fuerzas laterales.

$$T_{rj_{\max}} = (F_{xj_{\max}} + F_{Rrj})R_d \quad (4.12)$$

El diagrama en bloques de la estrategia de control de tracción se presenta en la figura 4.9.

Aquí, la entrada al control de tracción es una referencia de par (T^*), impuesta por el pedal del acelerador. La referencia de par para cada rueda se limita mediante saturaciones dinámicas (calculadas a partir de las variables estimadas) a un valor de par máximo, T_{sat} . De acuerdo con el criterio dado en la subsección 3.5.4, si no es necesario activar el CDT debido a que las fuerzas longitudinales están trabajando en una región lejana a la saturación, el valor de par máximo se configura al valor de par nominal de los motores T_n .

Por otro lado, cuando se necesita aplicar un control de tracción, el valor de T_{sat} se obtiene como sigue:

Con los valores estimados de $\hat{\mu}_{Sj}$, \hat{F}_{yrl} and \hat{F}_{zrl} , se calcula el máximo par que se puede aplicar a cada rueda ($T_{rl_{\max}}$ y $T_{rr_{\max}}$). Del mismo modo que sucedía en los controles planteados en secciones anteriores, el valor máximo de par a cada lado del vehículo puede no ser igual, por lo tanto la referencia de par se limita al mínimo valor de los dos. Esto evita la posible aparición de un momento de guiño. La salida del control de tracción son dos referencias de par, las cuales ingresan a los controles de par de cada motor eléctrico.

Concluyendo, para implementar la estrategia de control propuesta, es necesario

conocer la condición de suelo a cada lado del vehículo (μ_{Sj}), las fuerzas laterales traseras ($F_{y_{rj}}$) y la fuerzas normales ($F_{z_{rj}}$) en las ruedas traseras también. Las fuerzas normales se asumen conocidas, estimadas de acuerdo a [27], mientras que la condición de suelo y las fuerzas laterales traseras se obtienen con los valores estimados de μ_{Sj} y v_y provistos por los observadores presentados en la subsección 3.5.4.

4.4.1. Simulaciones

Las simulaciones se realizaron utilizando el modelo presentado en la sección C. Para lograr una velocidad de convergencia de los observadores adecuada al problema, se eligieron las siguientes ganancias: $g = 10$, $\epsilon = 0,001$. Ver sección 3.5.4. En los primeros resultados, (4.4.2 a 4.4.4), el modelo de neumático utilizado en el simulador es el modelo longitudinal lateral *brush* (2.2.4). En el caso presentado en 4.4.5, este modelo se reemplaza por un modelo de Pacejka para validar la propuesta ante diferencias significativas en el modelo de neumático. Además se incorpora el estimador recursivo de la constante C del modelo *brush*. Al igual que en los controles de tracción anteriores, se considera que los motores eléctricos de tracción se manejan con variadores de velocidad que son capaces de aplicar una referencia de par en pocos milisegundos [84]. Esto permite despreciar la dinámica de los actuadores.

4.4.2. Convergencia de los observadores

A continuación se prueba el desempeño de los observadores que utiliza el control de tracción (sección 3.5.4), partiendo de una condición inicial distinta a la del sistema. Se consideran dos casos en esta simulación. En el primero el vehículo se encuentra acelerando con una fuerza de 500 N sobre cada rueda de tracción desde $t = 0s$ sobre una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,8$) a lo largo de una trayectoria recta (sin velocidad lateral). En $t = 2s$ los observadores de μ_{Sj} se activan con una condición inicial ($\mu_{Sj} = 0,2$). Las figuras 4.10(a) y (b) muestran el error de estimación en las coordenada ζ y en las coordenadas originales respectivamente. Como se puede ver, el tiempo de convergencia es menos a 10 ms mientras que se puede ver un error final de estimación de μ_{Sj} debido a diferencias entre el modelo considerado para el observador

y el modelo completo de vehículo.

En el segundo caso, el vehículo se encuentra doblando con un ángulo de dirección constante, mientras acelera aplicando una fuerza de 500 N sobre cada rueda de tracción, en una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,8$). La aceleración lateral es de 5 m/s^2 , Los observadores de condición de suelo estiman correctamente $\hat{\mu}_{Sj}$ mientras que el observador de velocidad lateral se activa en $t = 2s$ con un error de estimación inicial.

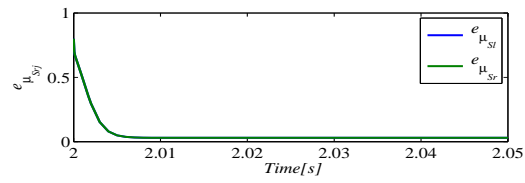
En la figura 4.10(c) se muestra que el error de estimación en coordenadas ν converge a cero, mientras que el error en las coordenadas originales (v_y) termina en un pequeño valor cercano a cero. Se puede ver que el tiempo de convergencia es de unos 300 ms, siendo notablemente mayor al tiempo de convergencia de los observadores de condición de suelo, tal como se esperaba.

4.4.3. Frenado en una trayectoria curvilínea. (ISO7975)

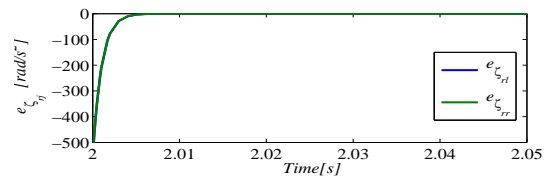
La siguiente simulación se realiza siguiendo las ideas descriptas en la norma *ISO7975* : 2006, adaptada a las restricciones del vehículo considerado. El vehículo circula sobre una trayectoria de alta adherencia ($\mu_{Sj} = 0,8$) entre $t = 0s$ y $t = 2s$, sin acelerar, con una velocidad inicial de 80 km/h. En $t = 2s$, comienza a doblar hasta que la aceleración lateral alcanza 4 m/s^2 (con un radio de giro de 125 m) (ver Fig. 4.11(a)).

En $t = 5s$ el vehículo frena repentinamente con las ruedas traseras (simulando un frenado regenerativo) mientras continua doblando, lo que produce una desaceleración de -2 m/s^2 . Se debe estacar que en la norma se requiere una mayor desaceleración, pero la misma no se puede alcanzar debido a que solamente las ruedas traseras se están utilizando para frenar, afectada además por la transferencia de carga hacia el eje delantero durante la frenada, lo que reduce la capacidad de frenado del eje trasero.

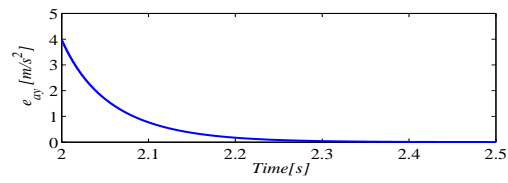
En la figura 4.11(b), se puede ver que entre $t = 0s$ and $t = 5s$, las fuerzas de tracción están lejos de la saturación, mientras que entre $t = 5s$ y $t = 9s$ ellas están limitadas al menor valor limite ($F_{xrl_{\max}}$ debido a la transferencia de carga que se produce hacia el lado derecho.



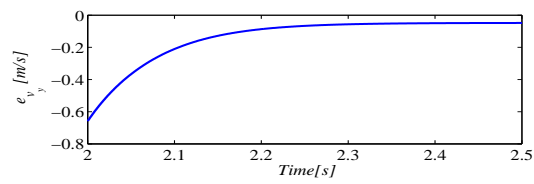
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.10: Errores de estimación de: (a) Condición de suelo μ_{Sj} ; (b) Variable transformada ζ ; (c) Variable transformada ν ; y (d) Velocidad lateral v_y .

A partir de $t = 10,2s$ debido a la disminución de velocidad del vehículo, la necesidad de fuerza lateral también decrece, habiendo ahora más fuerza longitudinal disponible $F_{xrl_{\max}}$

Con respecto al desempeño de los observadores, se puede ver que entre $t = 0s$ y $t = 5s$ la estimación de μ_{Sj} no es confiable, debido a que las fuerzas están en la región lineal. Como se puede ver, en este intervalo las derivadas de las fuerzas longitudinales con respecto a μ_{Sj} están debajo del valor límite, $|\kappa_j| < |\text{th}_j|$ (Fig. 4.11(f)), lo que indica que las fuerzas longitudinales están en la región poco dependiente de μ_{Sj} y el control de tracción no es necesario.

A partir de los $t = 5s$ se puede apreciar la correcta estimación de la condición de suelo, lo que coincide con el incremento considerable del valor de las derivadas de la fuerza longitudinales respecto a μ_{Sj} . Debido a la transferencia de carga lateral, y por lo tanto la disminución de carga sobre la rueda trasera izquierda, las fuerza longitudinal del lado izquierdo del vehículo se encuentra más cerca de la saturación que la del lado derecho y esto hace que se estime mejor μ_{Sl} que μ_{Sr} . Lo mismo se puede apreciar en la comparación de cada derivada de fuerzas con su correspondiente valor límite en la Fig. 4.11(f). Además, sólo μ_{Sl} se usa para calcular los valores de fuerza límites, porque el límite de la fuerza izquierda ($F_{xrl_{\max}}$) es menor que el de la rueda derecha (ver Fig. 4.11(b))

Las figuras 4.11(c) y 4.11(d) muestran que los valores de deslizamiento longitudinal y los ángulos de deslizamiento lateral son pequeños, asegurando buena adherencia.

4.4.4. Aceleración longitudinal en una trayectoria curva con cambio de condición de suelo

En esta simulación se realiza una aceleración brusca en una maniobra de giro. Una disminución en la adherencia del suelo a un lado de vehículo se introduce también con el objetivo de exigir aún más el desempeño del control propuesto. El vehículo viaja siguiendo una trayectoria curva a 50 km/h de velocidad inicial, sobre una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,8$). A partir de $t = 2s$, se acelera el vehículo y se producen 400N de fuerza longitudinal sobre la calle. La figura 4.12 muestra los resultados

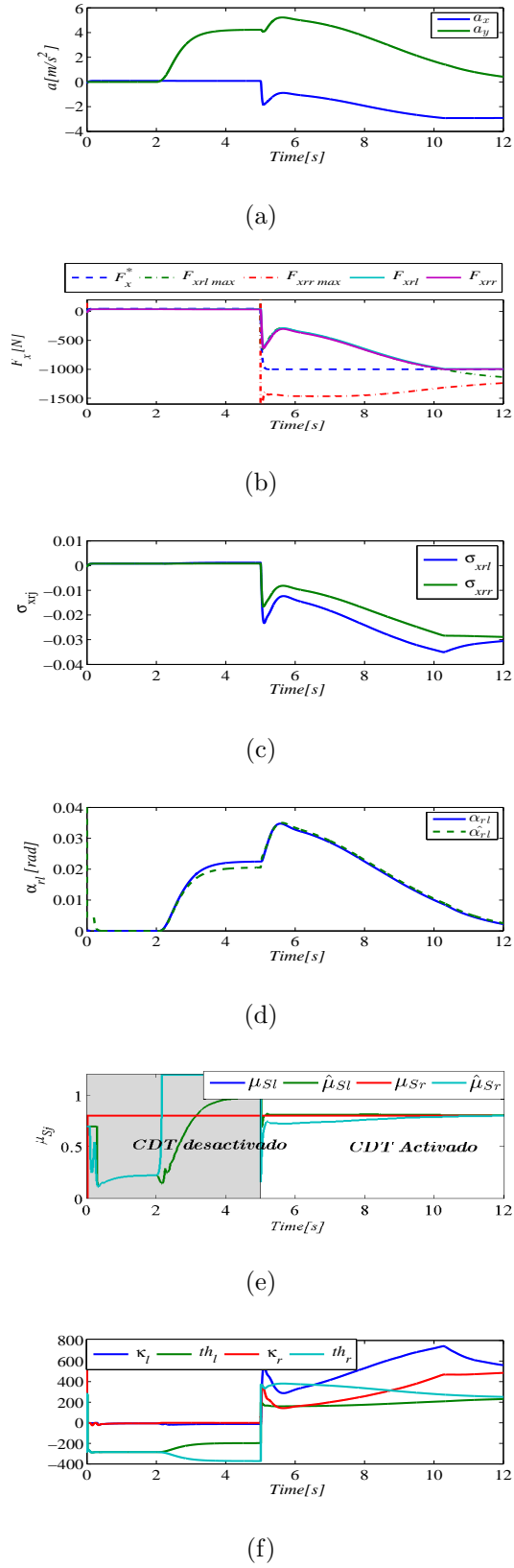
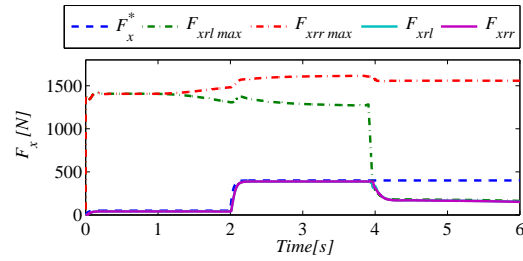
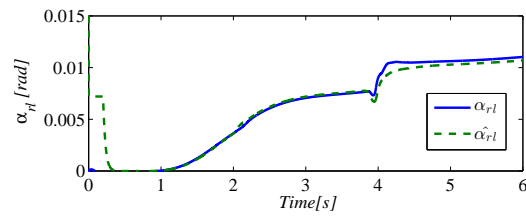


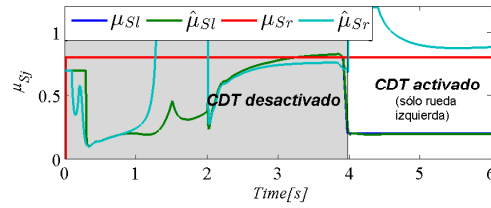
Figura 4.11: Frenado en una trayectoria curvilínea. (a) Aceleración longitudinal/lateral. (b) Fuerzas de tracción. (c) Deslizamiento longitudinal. (d) Ángulo de deslizamiento lateral trasero izquierdo. (e) Coeficientes de rozamiento. (f) Límites e indicadores de la calidad de estimación de $\hat{\mu}_{Sj}$



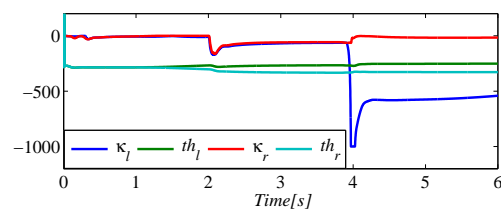
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.12: Aceleración longitudinal en curva y cambio de la condición de suelo. (a) Fuerzas de tracción. (b) Ángulo de deslizamiento lateral trasero izquierdo. (c) Coeficientes de rozamiento. (d) Límites e indicadores de la calidad de estimación de $\hat{\mu}_{sj}$.

obtenidos usando el control de tracción. Se puede observar la en Fig. 4.12(a) la comparación entre la fuerza requerida (F_x^*) y las fuerzas máximas longitudinales que el vehículo es capaz de transmitir para esta situación ($F_{xrl\ max}$ y $F_{xrr\ max}$), obtenidas a partir de (4.9).

A los $t = 4s$ se realiza un cambio a una superficie de baja adherencia en el lado izquierdo del vehículo ($\mu_{Sl} = 0,2$). Se aprecia que desde este momento la estimación de μ_{Sl} converge al valor real (Fig. 4.12(c)). Lo mismo se puede ver en la comparación entre la derivada de la fuerza izquierda con su correspondiente umbral ($|\kappa_l| > |\text{th}_l|$), en la figura 4.12(d). Cuando el umbral se supera el control de tracción debe limitar el par aplicado.

Desde $t = 4s$, la fuerza longitudinal de referencia es mayor que la fuerza máxima que la rueda izquierda puede transmitir al suelo, por lo tanto el control de tracción limita la fuerza en ambas ruedas, con el valor de saturación calculado para la rueda izquierda (el menor de los dos).

Debido a la acción del control de tracción, tanto el deslizamiento longitudinal como los ángulos de deslizamiento lateral se mantienen dentro de la región estable de fuerzas y el vehículo puede continuar con su trayectoria sin perder estabilidad, como se muestra en la Fig. 4.12(b). En la misma figura se muestra el valor del ángulo de deslizamiento trasero estimado (calculado a partir de la velocidad lateral estimada), el cual se aproxima al valor real, exceptuando al principio de la maniobra, donde la fuerza aplicada es pequeña.

4.4.5. Prueba del control de tracción ante cambios en el modelo del neumático

Dado que el control de tracción y los observadores que utiliza fueron diseñados para un modelo particular de fuerzas de neumático (*combined longitudinal-lateral brush tire model*), se desea evaluar su desempeño ante un cambio de modelo. Con esto se comparan dos casos: cuando el mismo modelo se utiliza en el vehículo simulado (en CarSim) y cuando se utiliza un modelo de Pacejka. El modelo de Pacejka utilizado corresponde a un neumático 205/55R16 cuyos parámetros se muestran en [57]. Debido

a que los parámetros mostrados en [57] corresponden a una superficie con coeficiente de rozamiento unitario, el método de similaridad [58] se usa para simular el comportamiento del neumático en una superficie de menor adherencia. Para tener en cuenta el comportamiento del neumático durante la curva se utiliza teoría de deslizamiento combinado.

La característica de fuerzas del *combined longitudinal-lateral brush tire model* es función de C , un parámetro que está dado por características físicas del neumático y que se asumió constante en los casos anteriores, pero podría variar ante un cambio de modelo/marca de cubiertas.

El parámetro C del modelo *brush* modela a la pendiente de la fuerza longitudinal para deslizamiento nulo (y lo aproxima para pequeño deslizamiento). Los observadores que utiliza este control de tracción son robustos ante variaciones de C en la región de elevado deslizamiento, porque como se explicó anteriormente, en esta región es altamente dependiente de μ_S y poco dependiente de C . Sin embargo, su desempeño en cuanto a la calidad de estimación de los parámetros μ_{Sj} es mejor cuando el valor de C se ajusta tal que las pendientes de la fuerza a bajo deslizamiento para el caso real y para el modelo del observador. Además, el parámetro C se necesita para evaluar correctamente a las ecuaciones limitadoras de par, que dependen de C .

Por esta razón, se propone un estimador recursivo (ver subsección 3.6). Este estimador se diseña para usar en conjunto con los observadores de μ_{Sj} and v_y que se propusieron en 3.5.4. Dado que los cambios de C se manifiestan solamente cuando se cambia un neumático por uno de distintas características, o por el desgaste del mismo, la estimación de C se realiza considerablemente más lenta que la estimación de condición de suelo y velocidad lateral. Por este motivo la variación temporal de C se puede asumir como nula, y el parámetro \hat{C} se puede utilizar como un parámetro conocido en los observadores previamente diseñados.

Las simulaciones presentadas en este caso tiene dos partes: la primera en la cual se muestra el desempeño del estimador recursivo, y la segunda en la cual se utiliza el valor del parámetro \hat{C} estimado como entrada del control de tracción propuesto.

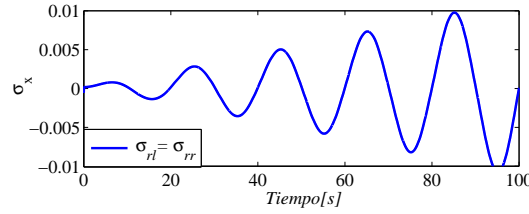
El algoritmo de estimación se prueba considerando la siguiente maniobra. Un vehículo circula a una velocidad longitudinal inicial baja (36 km/h) en línea recta

durante 90 segundos. Se aplica una entrada sinusoidal de par a ambos motores de tracción de amplitud creciente (con un valor medio que compensa los rozamientos), con el objetivo de generar un deslizamiento longitudinal variable y creciente, acotado a que produzca fuerzas en la región lineal (Fig. 4.13(a)). Esto simula una situación de conducción de sucesivas aceleraciones y frenados regenerativos suaves. La simulación se repite dos veces: una utilizando en CarSim el modelo de *brush* con $C = 50000$ y la otra empleando el modelo de Pacejka. El estimador se inicializa con un valor de $\hat{C} = 500$ en ambos casos obteniéndose los resultados de estimación que se muestran en Fig. 4.13(b), en donde se puede ver que se obtiene $\hat{C} = 47000$ para el modelo de *brush* y $\hat{C} = 56500$ para el modelo de Pacejka. El primero representa una estimación del parámetro $C = 50000$ del modelo de *brush* y su error de estimación se atribuye a que la pendiente de fuerzas en la región de bajo deslizamiento es algo menor a C . El segundo valor corresponde a la pendiente del modelo de fuerzas de Pacejka en la región de bajo deslizamiento y el parámetro \hat{C} se interpreta en este caso como el necesario para que un modelo de *brush* se parezca a este modelo de *Pacejka* en la región de bajo deslizamiento.

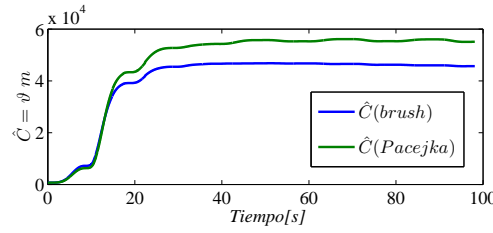
La segunda parte de este caso corresponde a la prueba del control de tracción ante un cambio de modelo, y utilizando los parámetros C estimados en la primera parte.

Se considera la siguiente maniobra: un vehículo circula a lo largo de una trayectoria recta sobre una superficie de adherencia media ($\mu_{sj} = 0,5$) y el conductor acelera produciendo una fuerza de referencia de 1200 N. Como la condición de suelo actual no permite aplicar la referencia de fuerza al camino, el control limita a las fuerzas de tracción. Luego, el vehículo comienza una maniobra de giro a la izquierda con un ángulo de dirección constante, y luego de tres segundos el ángulo de deslizamiento lateral trasero se estabiliza en $\alpha_r = 0,01$. Debido al efecto de la transferencia de carga la fuerza normal trasera izquierda disminuye.

En la maniobra propuesta se analizan dos instantes de tiempo: primero cuando el vehículo circula por la trayectoria recta, junto antes de comenzar a doblar y luego cuando realiza la maniobra de giro, u que se estabiliza el ángulo de deslizamiento lateral a $\alpha_r = 0,01$ rad. Cuando se considera el modelo *brush* la fuerza longitudinal se comporta como se muestra en las curvas azul y rojas de la figura 4.14 respecti-



(a)



(b)

Figura 4.13: Parte 1: estimación de C . (a) Deslizamiento longitudinal (b) Estimación de C .

vamente. El control de tracción limita la fuerza longitudinal, resultando los puntos de operación marcados como B y D respectivamente. En el punto D, la fuerza longitudinal decrece con respecto a B por dos razones: el incremento de la fuerza lateral y la disminución de la fuerza normal debido a la transferencia de carga que se produce en la curva. Se puede apreciar en ambos casos el control de tracción limita el deslizamiento longitudinal, manteniendo a las fuerzas en la región estable.

Cuando se utiliza el modelo de Pacejka en el vehículo, se muestra la fuerza longitudinal en las curvas verde y celeste (Fig. 4.14), para trayectoria recta y curva respectivamente. En este caso, los puntos de operación son A y C. El efecto de usar un modelo distinto produce un error de estimación en μ_{sl} . Por esta razón se puede observar que en A, el control de tracción permite una fuerza un poco mayor que en B. El mismo efecto puede observarse en la maniobra de giro (puntos C y D). Se puede ver que aunque el modelo difiere con respecto al que se utilizó para el diseño del observador, el control de tracción mantiene a las fuerzas de tracción en la región estable en trayectorias curvas y rectas.

En comparación con algunas propuestas anteriores, se pueden destacar las siguien-

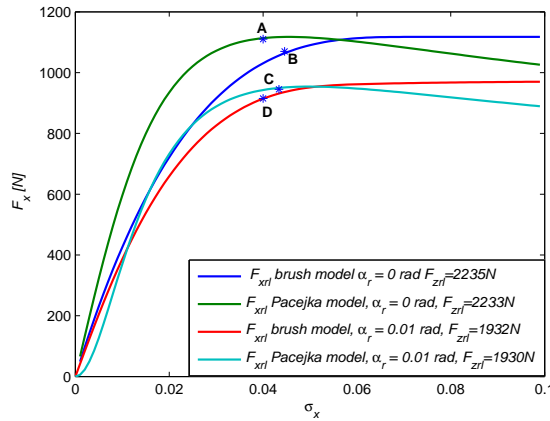


Figura 4.14: Parte 2. Comparación entre las fuerzas longitudinales ante un cambio de modelo de neumático.

tes diferencias. Los observadores de orden reducido propuestos proporcionan una convergencia más rápida en la estimación de la condición de suelo, en comparación con la estrategia presentada en [28]. Además, en [28] la velocidad lateral se supone conocida (o estimada por otro método), sin considerar su influencia en la estimación de la condición de suelo. En cambio, en el presente trabajo se garantiza la convergencia de los observadores combinados, mientras que la mejora en el tiempo de convergencia de la estimación de la condición de suelo permite implementar un control de tracción que puede reaccionar a cambios repentinos en la condición del camino. En [22] la condición de suelo y el ángulo de deslizamiento lateral también se calculan utilizando observadores no lineales, sin embargo, sólo se considera la dinámica lateral. Por el contrario, en la presente propuesta se garantiza la convergencia del observador también en maniobras de deslizamiento longitudinal durante curvas, lo que permite implementar una estrategia de control de tracción durante la aceleración o el frenado, tanto en trayectorias rectas como curvas. Además, en este trabajo no se necesita medir el par de autoalineación, pero se debe medir la velocidad angular de la rueda.

4.5. Control de tracción y estabilidad

Las estrategias utilizadas para el control aplicadas al control de la dinámica vehículos se clasifican en dos niveles o jerarquías, según sus objetivos:

1) Garantizar la adhesión entre la rueda y el suelo tanto en aceleración como en frenado. Esto es control de tracción y frenado regenerativo (lo que se ha mostrado hasta aquí en este capítulo), y también el frenado mecánico ABS.

2) Mantener el vehículo sobre la trayectoria deseada por el conductor. Dentro de esta categoría se encuentran diversos tipos de control de estabilidad.

Se mencionan dos niveles o jerarquías de control, dado que para realizar un control de estabilidad es necesario primero haber garantizado la adhesión de todas las ruedas del vehículo. Por este motivo, en esta sección se muestra un sistema de control de estabilidad sencillo y conocido en la bibliografía, el cual utiliza como actuadores de control a las ruedas de tracción del vehículo, controladas por el sistema de control de tracción presentado en la sección anterior. En cuanto a la complejidad de implementación, no es necesario incorporar ningún sensor ni actuador más que los utilizados por el control de tracción, simplemente se debe incorporar el software que permita implementarlo.

No se ha hecho desarrollo teórico del control de estabilidad, pero se lo utiliza para mostrar una aplicación más del control de tracción propuesto, y para que sirva de punto de partida para nuevas propuestas de control de estabilidad.

4.5.1. Cálculo de los valores máximos de fuerza y par aplicables

El cálculo de los valores máximos de fuerza se realiza del mismo modo que se realizó en el control de la sección anterior utilizando (4.11), y los valores máximos de par a partir de (4.12).

El diagrama en bloques de la estrategia de control de tracción se presenta en la figura 4.15.

La entrada al sistema de tracción es una referencia de par (T^*) impuesta por el

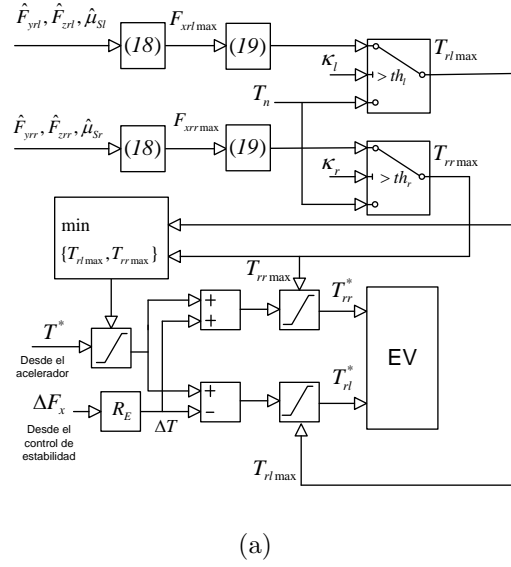


Figura 4.15: Control de tracción

pedal del acelerador. Como los niveles de par máximo izquierdo y derecho ($T_{rl\max}$ y $T_{rr\max}$) pueden ser distintos en caso de condición de suelo y/o carga normal distinta a un lado y a otro del vehículo, la referencia de par se limita al menor nivel de ellos. Esto evita que el vehículo pueda ejercer un par diferencial que tienda a desestabilizarlo. Luego de esta etapa, el par a aplicar en cada rueda se obtiene combinando esta referencia con la proveniente del control de estabilidad (ΔF_x). Finalmente, la referencia de par para cada rueda (T_{rj}^*) se limita, ahora individualmente, a su correspondiente nivel de par máximo ($T_{rj\max}$).

Para implementar la estrategia de control propuesta es necesario conocer la condición de suelo a cada lado del vehículo (μ_{sj}), las fuerzas laterales traseras (F_{yrl}) y las fuerzas normales en las ruedas (F_{zrl}). Las primeras se obtienen a partir de los observadores presentados en (3.5.4) y las últimas se estiman tal como se realiza en [27].

4.5.2. Control de estabilidad

El control de estabilidad utilizado es un control directo de guiño [29, 85], el cual compara la velocidad de guiño esperada para un modelo lineal de vehículo (4.13)

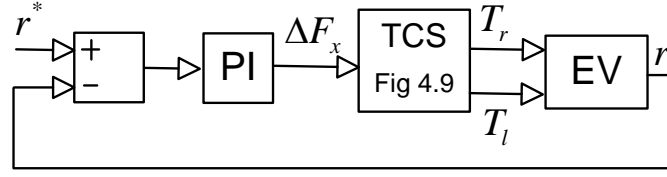


Figura 4.16: Esquema del control de estabilidad.

[38, p.231] con la medición realizada por un giróscopo.

$$r^* = \delta \frac{v_x}{l_f + l_r + m v_x^2 \frac{(l_r C_{\alpha r} - l_f C_{\alpha f})}{2 C_{\alpha f} C_{\alpha r} (l_f + l_r)}} \quad (4.13)$$

Aquí $C_{\alpha f}$ y $C_{\alpha r}$ son los coeficientes de *stiffness* delantero y trasero respectivamente, los cuales se corresponden con la pendiente de la fuerza lateral cuando el deslizamiento es nulo. Para el modelo de neumático de este trabajo el valor de los coeficientes de *stiffness* trasero y delantero se corresponde con la constante C del modelo (2.11). Esto se puede demostrar evaluando el modelo citado para deslizamiento longitudinal nulo, luego calculando la derivada con respecto al deslizamiento lateral, y evaluando a la derivada en deslizamiento lateral nulo. Este parámetro se identifica mediante el estimador recursivo presentado en la subsección 3.6.

La referencia de guiño (r^*) se compara con la velocidad de guiño real medida por un giróscopo. Así, cuando un vehículo realiza maniobras suaves, las fuerzas laterales se comportan como una función lineal del deslizamiento lateral y la diferencia entre la velocidad de guiño de referencia y la medida es prácticamente nula, por lo que el control de estabilidad no actúa. En cambio, cuando se realizan maniobras para las cuales las fuerzas laterales se acercan a la región de saturación existirá una diferencia entre la velocidad de guiño de referencia y la real, para lo cual el control de estabilidad, a través de un controlador PI, aplicará una diferencia de par entre los motores de tracción del vehículo intentando reducir esa diferencia. Las constantes seleccionadas del PI son $kp = 7500$ y $ki = 20000$.

4.5.3. Evaluación de la estrategia de control propuesta

A fin de validar el comportamiento del control de tracción propuesto en la sección anterior, y los observadores propuestos en la subsección 3.5.4 dentro de un esquema de control de estabilidad de guiño, se proponen a continuación dos simulaciones, las cuales se realizaron utilizando el modelo presentado en C.

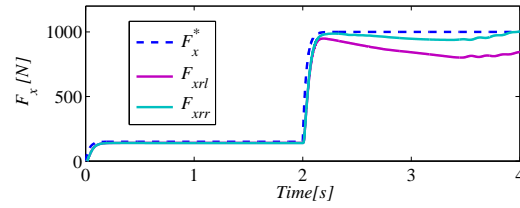
4.5.4. Aceleración en curva y cambio de condición de suelo

En este caso el vehículo circula sobre una trayectoria curva con una velocidad inicial de 70 km/h, sobre una superficie de adherencia media-baja ($\mu_S = 0,5$). A partir de $t = 2$ s el conductor presiona el acelerador, lo que lleva a intentar transmitir una fuerza de 1000 N al suelo.

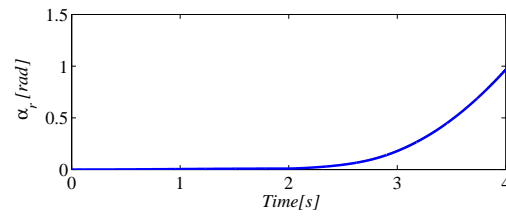
En la Fig. 4.17 se presentan los resultados obtenidos cuando no se emplea el control propuesto. En este caso, la fuerza requerida por el conductor supera a la fuerza que se puede transmitir al suelo, por lo que sólo pueden transmitirse las fuerzas máximas (ver Eq(4.9)), las cuales coinciden con las fuerzas efectivamente transmitidas al suelo (F_{xrl} y F_{xrr} en Fig. 4.17(a)). Como se observa en la Fig. 4.17(c), dado que la fuerza aplicada por los motores de tracción es superior a la máxima posible para esta condición de suelo, el deslizamiento longitudinal alcanza valores inaceptables para una conducción segura. Esto, a su vez, produce que las fuerzas laterales ejercidas por el eje trasero disminuyan y no sean capaces de sostener la cola del vehículo, incrementándose significativamente el ángulo de deslizamiento lateral trasero (Fig. 4.17(b)).

Si bien la condición de suelo a cada lado del vehículo es la misma, debido a la transferencia de carga lateral que se produce en la curva, la fuerza longitudinal máxima que se puede transmitir del lado derecho es mayor al izquierdo. Por lo tanto las fuerzas efectivamente transferidas al suelo (Fig. 4.17(a)) son distintas, produciéndose un momento alrededor del eje Z del vehículo que también contribuye en desviarlo de su trayectoria.

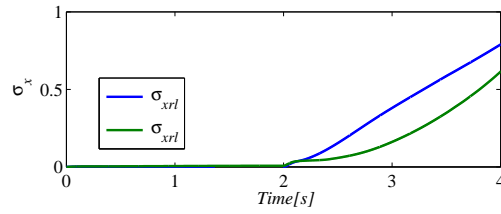
En la Fig. 4.18 se muestran los resultados obtenidos empleando el control propuesto, para la misma situación (entre 0 y 4 s). Luego entre $t = 4$ s y $t = 5$ s se muestra el



(a)



(b)



(c)

Figura 4.17: Aceleración en curva sin control de tracción. (a) Fuerzas. (b): Ángulo de deslizamiento lateral trasero. (c) Deslizamiento longitudinal.

comportamiento del vehículo ante un cambio de CDS a uno de los lados del vehículo. Se puede ver en la Fig. 4.18(a) la comparación entre la fuerza requerida por la maniobra, y las fuerzas máximas longitudinales que es capaz de transmitir el vehículo para esta situación, obtenidas a partir de (4.9). En la misma figura se presentan también las fuerzas reales transmitidas por cada rueda de tracción. Entre 0 y 2 s se aprecia que la fuerza de referencia se aproxima al promedio de las fuerzas transmitidas a izquierda y derecha, debido a la acción del control de guiño. A partir de $t = 2$ s, la fuerza longitudinal requerida es mayor al valor máximo que puede transmitir la rueda izquierda, por lo que el control de tracción limita la esta fuerza a su valor de saturación. La fuerza transmitida por la rueda derecha en este caso también es menor a la izquierda debido a la acción del control de estabilidad. En la Fig. 4.18(c) se puede ver que los deslizamientos longitudinales quedan limitados a valores aceptables, a diferencia de la simulación anterior.

Para comprobar el desempeño del control introduce un cambio de CDS a una superficie de adherencia baja ($\mu_{Sl} = 0,3$) sobre el lado izquierdo del vehículo a en $t = 4$ s. Se puede ver en Fig.4.18(a) la rápida disminución en las fuerzas máximas y las fuerzas efectivamente transferidas al suelo. Gracias la acción del control los deslizamientos se mantienen acotados en valores aceptables y el vehículo puede continuar circulando por su trayectoria sin perder estabilidad.

Con respecto a la estimación de la CDS, se puede ver en Fig. 4.18(e) que entre $t = 0$ s y $t = 2$ s la estimación no es correcta. Esto se debe a que las fuerzas longitudinales y laterales ejercidas en este intervalo son pequeñas y las mismas son poco dependientes de μ_{Sj} . A partir de $t = 2$ s aumentan las fuerzas ejercidas por los neumáticos de tracción, y esto produce que se mejora la estimación μ_{Sj} . A pesar de los errores de estimación que se producen en μ_S producto de diferencias entre el modelo de simulación y el modelo empleado para este trabajo, las fuerzas longitudinales estimadas a partir de los valores de μ_{Sj} estimados coinciden con las fuerzas reales (Fig. 4.18(b)). Además se muestra la correcta estimación del ángulo de deslizamiento lateral, α_r , en la Fig. 4.18(d).

Por último se muestra el desempeño del control de estabilidad en 4.18(f). Aquí se puede apreciar el seguimiento de la referencia de guiño y la corrección del control

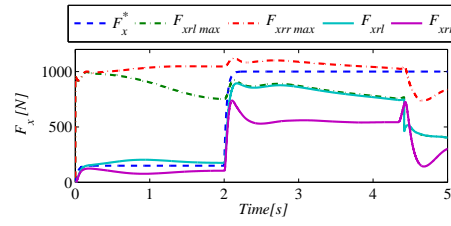
ante los transitorios que se producen en el instante de aceleración ($t = 2s$) y en el instante de cambio de CDS ($t = 4s$).

4.5.5. Aceleración en recta, frenado en curva y cambio de CDS

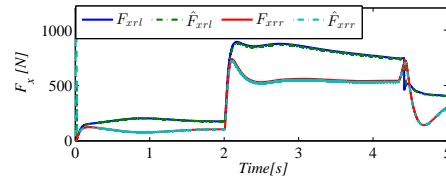
En esta simulación el vehículo circula por una trayectoria recta entre 0 y 1.5 s sin acelerar a una velocidad inicial de 90 km/h sobre una superficie de alta adherencia ($\mu_S = 0,9$). En $t = 1,5s$ comienza a doblar (Fig. 4.19(e)) y a los $t = 2s$ frena bruscamente con las ruedas traseras (regenerativo) mientras continua doblando (4.19(a)). A los $t = 4s$, mientras el conductor sigue frenando bruscamente, cambia la condición de suelo a una superficie de baja adherencia. En esta figura se puede ver que entre $t = 0s$ y $t = 4s$ las fuerzas se encuentran lejos de la saturación y entre $t = 4s$ y $t = 7s$ están completamente saturadas. Entre $t = 1,5s$ y $t = 2s$, las fuerzas de saturación longitudinales disminuyen debido a que se está ejerciendo fuerza lateral. A partir de $t = 1,5s$ las fuerzas de saturación izquierda y derecha se separan debido a la transferencia de carga lateral. En $t = 2s$ las fuerzas de saturación disminuyen debido a la transferencia de carga hacia el eje delantero que se produce en el frenado.

Con respecto a la estimación de la condición de suelo, se puede ver en Fig. (4.19(c)) que entre $t = 0s$ y $t = 2s$ la estimación no es correcta. Esto se debe a que las fuerzas longitudinales y laterales ejercidas en este intervalo son pequeñas y las mismas son poco dependientes de μ_{Sj} . A partir de $t = 2s$ aumentan las fuerzas ejercidas por los neumáticos de tracción, y esto produce que se comience a estimar bien a μ_S . A los $t = 4s$, se produce el cambio de condición de suelo y se observa la correcta estimación de μ_{Sl} y μ_{Sr} .

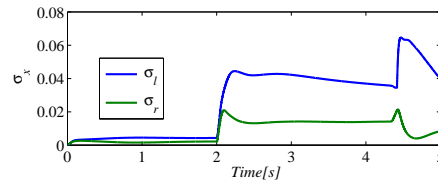
La estimación de α_r se aprecia ver en la Fig. 4.19(b). Se puede ver el incremento de α_r a los $t = 4s$ cuando disminuye la condición de suelo. Producto de esto el vehículo tiende a hacer *oversteering*, lo cual se traduce como un incremento de la velocidad de guiño Fig. 4.19(g), y el modelo de conductor y el control de estabilidad lo corrigen mediante la acción de la dirección Fig. 4.19(e) y el par diferencial respectivamente. Debido al cambio de condición de suelo producido a los $t = 4s$ el vehículo es capaz



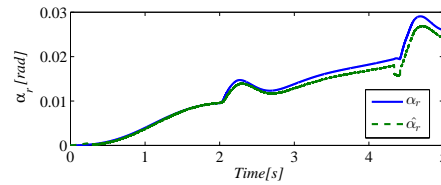
(a)



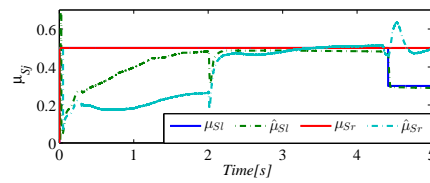
(b)



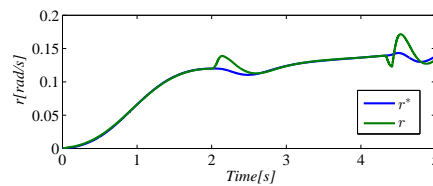
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.18: Aceleración en curva. CDT activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b): fuerzas reales y estimadas. (c) Deslizamiento longitudinal. (d) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (e): Condición de suelo. (f): velocidad de guiño de referencia y real.

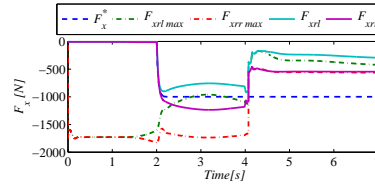
de transmitir menos fuerza al suelo. La fuerza lateral requerida no se puede disminuir debido a que es la que se necesita para mantener al vehículo realizando la maniobra requerida, por lo tanto el control de tracción debe disminuir el par aplicado por los motores Fig. 4.19(a). En la Fig. 4.19(f) se muestra el perfil de velocidad. A los $t = 2s$ se observa la desaceleración producto del frenado y los $t = 4s$ se puede ver el cambio de pendiente de velocidad debido a que a partir de ese instante no es posible transmitir los 1000 N de frenado requeridos.

4.5.6. Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal

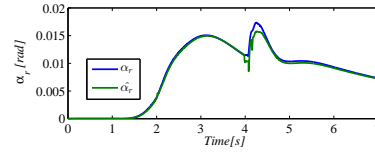
En esta simulación se propone comparar el desempeño entre el control de tracción propuesto, con respecto a uno que solamente utiliza el modelo longitudinal (CDTL) durante una maniobra de giro con aceleración longitudinal. Se comparan dos aspectos: qué ocurre cuando no se consideran en las saturaciones las fuerzas laterales y luego qué sucede cuando cambia la CDS durante una curva, además del efecto anterior.

La fuerza de saturación para el CDTL es $\mu_{Sj}F_{zrj}$, que se corresponde con (4.11) cuando $F_{y rj} = 0$. Esto representa que no se considera la fuerza lateral ejercida por los neumáticos de tracción. Dado que el CDTL propuesto necesita conocer la CDS, se supone que utiliza un estimador longitudinal de la misma, como los previamente propuestos (sección 3.4.1). Este estimador funciona solamente en rectas, y cuando el vehículo comienza a doblar deja de estimar correctamente, por lo tanto se utiliza para el control el último valor estimado antes de comenzar la curva. El control de estabilidad continua activado y funcionando del mismo modo que en las simulaciones anteriores.

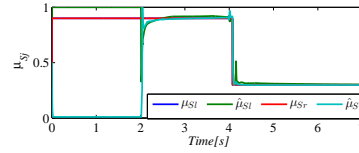
En esta simulación el vehículo circula por una trayectoria recta con una velocidad inicial de 70 km/h sobre una superficie de adherencia media-baja: $\mu_{Sj} = 0,5$. A los 2s acelera intentando transmitir 650 N al suelo y comienza a doblar. En la Fig. 4.20(c) se puede ver que el deslizamiento longitudinal de la rueda izquierda alcanza un valor superior 0.1 antes de los $t = 6s$, el cual es algo elevado para una CDS de adherencia media, pero la rueda permanece estable. En esta condición la fuerza máxima total se



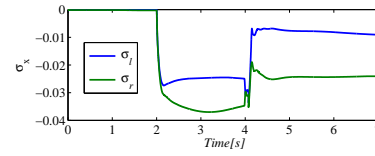
(a)



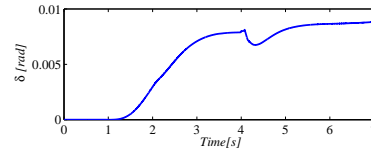
(b)



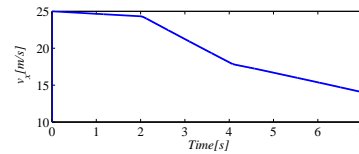
(c)



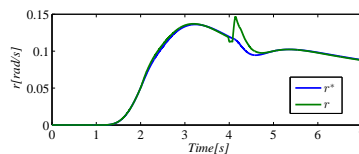
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 4.19: Frenado en curva. CDT activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Ángulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Condición de suelo. (d): Deslizamiento longitudinal. (e): ángulo de dirección. (f): velocidad longitudinal: (g): velocidad de guiño de referencia y real.

encuentra muy cerca de la saturación. A los $t = 6s$ disminuye levemente la adherencia de la superficie a $\mu_{Sj} = 0,4$ lo que hace que el neumático pierda la adherencia con el suelo.

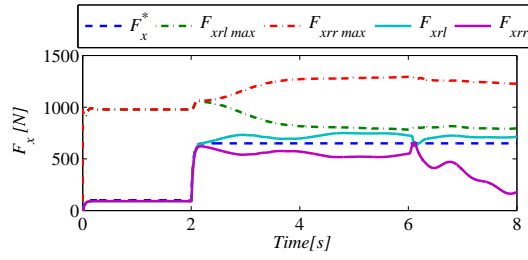
Se puede observar en Fig. 4.20(a) que las fuerzas de saturación calculadas $F_{x_{rj}max}$ no disminuyen durante la maniobra de giro (entre $t = 2s$ y $t = 8s$) debido a que no se consideran las fuerzas laterales en las saturaciones. Las mismas tampoco disminuyen ante el cambio de CDS (a los 6s) debido a que el estimador longitudinal asociado al CDTL estima correctamente la CDS solamente en trayectorias rectas y está utilizando el último valor de u_{Sj} previo a comenzar a circular por la curva.

Se puede observar también que el deslizamiento lateral trasero alcanzado a $t = 8s$ es elevado (11 grados), comprometiendo la estabilidad del vehículo (Fig. 4.20(b)), dado que el mismo se aleja unos 4 metros de la trayectoria de referencia los cuales ni el modelo de conductor ni el control de estabilidad son capaces de corregir.

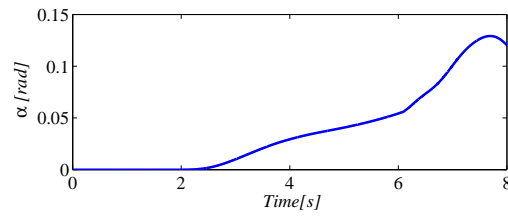
La velocidad longitudinal del vehículo en $t = 6s$ es de 92 km/h.

Ahora se repite la misma simulación con el CDT propuesto. En la figura 4.21(a) se puede ver que las fuerzas de saturación disminuyen durante la parte del ensayo que corresponde al giro (a partir de $t = 2s$) y que las mismas son inferiores a la simulación anterior. Además, las mismas disminuyen ante el cambio de CDS en $t = 6s$. En la figura 4.21(c) se puede observar la disminución considerable del deslizamiento longitudinal con respecto a la simulación anterior. El deslizamiento lateral disminuyó prácticamente a la tercera parte (ver Fig. 4.21(b)) y se compara con su estimación para mostrar el desempeño del observador lateral. El vehículo prácticamente no se separa de la referencia de trayectoria deseada.

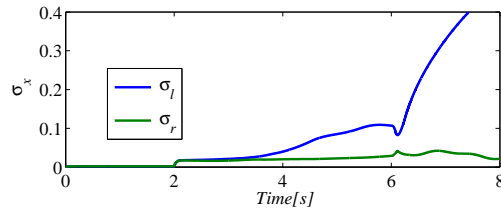
La velocidad longitudinal del vehículo en $t = 6s$ es algo menor (89 km/h). Se pierde un poco de velocidad longitudinal con respecto al CDTL, debido a la saturación de las fuerzas de tracción en un nivel menor, pero es necesario a fin de mantener el vehículo estable y en la trayectoria deseada.



(a)

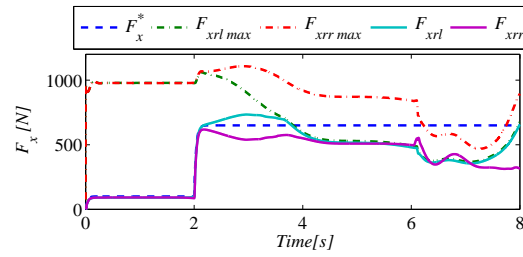


(b)

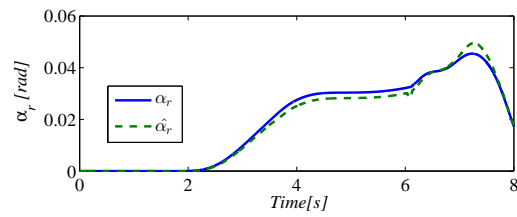


(c)

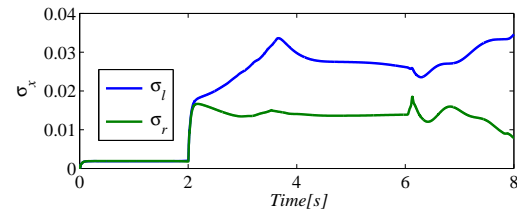
Figura 4.20: Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal. Control longitudinal activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Deslizamiento longitudinal.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.21: Comparación entre CDT propuesto contra un CDT longitudinal. Control longitudinal lateral activado. (a) Fuerzas de referencia, máximas y reales. (b) Angulo de deslizamiento lateral trasero. (c): Deslizamiento longitudinal.

4.6. Control de tracción y estabilidad considerando la velocidad longitudinal

Existen situaciones en las que un vehículo toma una curva a una velocidad lo suficientemente alta para que el control de estabilidad propuesto en la sección anterior no sea capaz de mantener estable al mismo. Por ese motivo, en esta sección se propone un sistema que conociendo la velocidad del vehículo y el ángulo de dirección, es capaz de predecir si el vehículo, de continuar avanzando en esa condición, se despistará en los próximos instantes. En el caso de detectar una condición de despiste, se diseñó un sistema de frenado que disminuye la velocidad del mismo con el objetivo de evitar el despiste.

4.6.1. Comportamiento de un vehículo durante maniobras de giro

La pérdida de estabilidad de un vehículo se puede producir por distintos factores. En este trabajo se analizan situaciones en las cuales la velocidad longitudinal del vehículo es demasiado elevada para el radio de curvatura que se desea realizar. Para esto, se puede calcular el radio de curvatura para movimiento circular uniforme como [38]

$$R = v_x^2 / a_y$$

donde a_y es la aceleración lateral del vehículo, la cual es proporcional a la fuerza lateral ejercida,

$$a_y = (F_{yf} + F_{yr}) / m.$$

Para una determinada velocidad longitudinal existirá un radio mínimo teórico de giro

$$R_{\min} = v_x^2 / a_{y\max}, \quad (4.14)$$

el cual se interpreta como el radio de giro de la curva más cerrada que se podría tomar a esta velocidad. Aquí, $a_{y\max} = \mu G / m$ es la aceleración lateral que alcanzaría el vehículo si cada una de las cuatro ruedas fuera capaz de transmitir una fuerza de

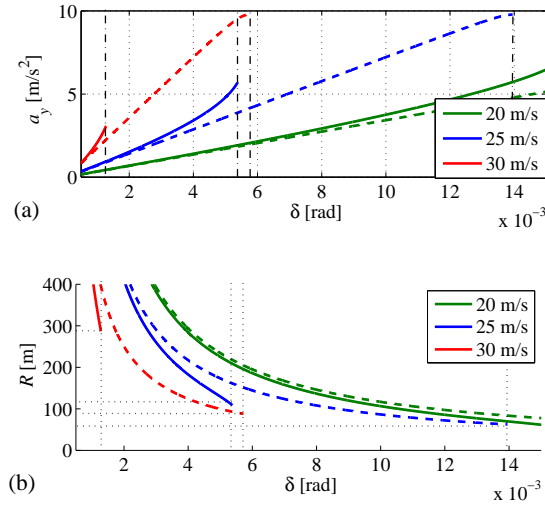


Figura 4.22: (a) Aceleración lateral y (b) radio de giro, en función del ángulo de dirección. Con control de guiño (línea de trazos) y sin control de guiño (línea continua).

$\mu_{Sj} F_{zij}$ antes de que el vehículo perdiera el control (donde G es el peso del vehículo). Sin embargo, como se demuestra a continuación, este límite en general no se alcanza.

Para ello se estudia el comportamiento en estado estacionario de la aceleración lateral y el radio de giro en las siguientes condiciones: se excita al modelo (2.17) con una entrada de dirección del tipo rampa, y se repite el ensayo para tres velocidades longitudinales constantes de 20, 25, y 30 m/s, y una superficie de alta adherencia, $\mu_S = 1$. Además, para cada velocidad, se simula al sistema con y sin control de guiño. La pendiente de la rampa es lo suficientemente lenta (3 minutos) como para interpretar los valores de salida del sistema como puntos en estado estacionario.

En la Fig. 4.22(a) se muestra la aceleración lateral en función del ángulo de dirección (δ). El valor más elevado de δ que alcanza cada una de las curvas corresponde con el ángulo de dirección a partir del cual el vehículo se inestabiliza. Se puede ver que para las velocidades de 25 y 30 m/s sin control de guiño no es posible alcanzar la aceleración lateral máxima teórica de $a_{y\max} = 9,81 \text{ m/s}^2$.

En cambio, para los mismos casos de 25 y 30 m/s con control de guiño activado, se aprecia que las aceleraciones laterales obtenidas se acercan al límite teórico, aunque siempre serán algo inferiores debido a que las ruedas traseras también ejercen fuerza

longitudinal (ver (4.9)).

Para el caso de $v_x = 25$ m/s se puede ver que cuando el control de estabilidad se encuentra desactivado, para un valor de $\delta > 5,5 \cdot 10^{-3}$ rad el vehículo pierde estabilidad, lo cual corresponde a un radio máximo de 110 m (Fig. 4.22(b)). Sin embargo, cuando se activa el control de guiño, para la misma velocidad longitudinal es posible obtener un radio de giro de 65 m con un ángulo de dirección de hasta $\delta > 14 \cdot 10^{-3}$ rad (muy cercano al radio mínimo teórico de 63,7 m que resulta de evaluar (4.14) en 25 m/s). Se puede concluir entonces que el control de guiño permite tomar curvas con aceleraciones laterales mayores, y lograr radios de giro menores, aumentando el aprovechamiento de las fuerzas que pueden ejercer los neumáticos.

Sin embargo, aún con control de guiño puede perderse el control del vehículo si la velocidad longitudinal es elevada o el radio de giro deseado es demasiado pequeño. Esto se debe a que en esta condición la fuerza total (en direcciones X e Y) que puede ejercer un neumático se encuentra en su límite teórico (ver (4.9)), y no es posible transmitir al suelo la fuerza longitudinal que el control de guiño requeriría para mantener al vehículo estable. En estas condiciones existirían dos opciones para mantener al vehículo estable: disminuir el ángulo de dirección o la velocidad longitudinal. En el modelo considerado el sistema de dirección está controlado por el conductor, por lo que la única alternativa para mantener estable al vehículo en forma automática es reducir la velocidad. Por lo tanto, se propone desarrollar una estrategia de control de frenado que se anticipe a las condiciones de inestabilidad que el control de guiño no podría corregir, y aumentar así el rango de estabilidad del vehículo.

4.6.2. Puntos de equilibrio

Con el fin de determinar la condición a partir de la cual el vehículo pierde estabilidad, se determinan a continuación los puntos de equilibrio de (2.21). Para simplificar el análisis, se realiza un cambio de variables del sistema: $\alpha_f = \delta - (v_y + l_f r) / v_x$, en

el intervalo en que las fuerzas laterales no están saturadas ($\alpha < \alpha_S$), obteniéndose,

$$\dot{\alpha}_f = -q_1 F_{yf} - q_2 F_{yr} - q_3 \Delta F_x + r + \dot{\delta} \quad (4.15)$$

$$\dot{r} = \frac{F_{yf} \cos(\delta) l_f - F_{yr} l_r + \Delta F_x (d/2)}{I_z} \quad (4.16)$$

donde, $q_1 = \left(\frac{1}{mv_x} + \frac{l_f^2}{I_z v_x} \right)$; $q_2 = \left(\frac{1}{mv_x} - \frac{l_f l_r}{I_z v_x} \right)$; $q_3 = \left(\frac{dl_f}{2I_z v_x} \right)$.

En el equilibrio, $\dot{\alpha}_f = 0$, $\dot{\delta} = 0$ y $\dot{r} = 0$. Así, de (4.16),

$$F_{yr} = F_{yf} \frac{l_f}{l_r} + \frac{\Delta F_x d}{2 l_r} \quad (4.17)$$

Despejando r de (4.15) y reemplazando (4.17) resulta:

$$r = q_1 F_{yf} + q_2 \left(F_{yf} \frac{l_f}{l_r} + \frac{\Delta F_x d}{2 l_r} \right) + q_3 \Delta F_x \quad (4.18)$$

Luego, reemplazando (4.18) en (2.23) y luego en (2.24), y expresando las fuerzas por su expresión (2.6) en el intervalo ($\alpha < \alpha_S$), se obtiene un polinomio de grado nueve en α_f , cuyos coeficientes $[k_0 \dots k_9]$ son función de δ , v_x , ΔF_x y las constantes físicas del sistema.

$$k_0 + k_1 \alpha_f + \dots + k_9 \alpha_f^9 = 0 \quad (4.19)$$

Las raíces de este polinomio indican los valores de estado estacionario que podría alcanzar α_f . Resolviendo numéricamente para diferentes condiciones de δ , v_x y ΔF_x se comprueba que para un amplio rango de velocidades y ángulos de dirección, de las 9 raíces de (4.19), una o tres raíces son reales, mientras que las restantes son complejas conjugadas. Dentro de las raíces reales, si el sistema es estable, la menor de ellas corresponde al valor que α_f alcanza en estado estacionario. Si el sistema es inestable no existen raíces reales en el intervalo ($0 \leq \alpha \leq \alpha_S$). Esta última condición se usa en este trabajo para detectar cuándo el vehículo perdería estabilidad y así actuar sobre la velocidad longitudinal del mismo.

En la Fig. 4.23 se muestra la evolución de la menor raíz de (4.19) en función del ángulo de dirección, δ , para las mismas tres velocidades longitudinales analizadas en la sección anterior. Se incluye además la evolución de esta raíz para las mismas velocidades, pero suponiendo que el control de guiño ejerce un par diferencial $\Delta F_x =$

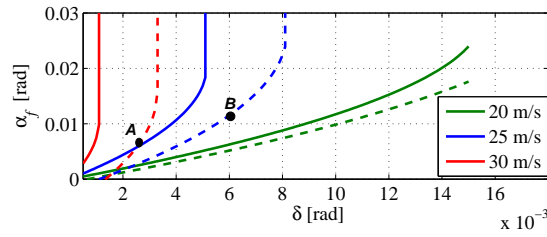


Figura 4.23: Ángulo de deslizamiento lateral delantero en función del ángulo de dirección. Con par diferencial de -200 N (línea de trazos), y sin par diferencial (línea continua).

-200 N (el signo negativo se debe a que la fuerza longitudinal izquierda debe ser mayor a la derecha para oponerse a la inestabilidad del sistema).

Para los casos con par diferencial nulo se observa que los valores de δ a los cuales α_f crece significativamente (llegando a superar α_{fs}) se corresponden con los que indican que el sistema se inestabiliza (ver Fig. 4.22(a)). Para los casos con acción diferencial, los valores que indican la pérdida de estabilidad no coinciden necesariamente con los de la sección anterior, ya que ahora se aplica un par diferencial fijo, y no la salida del controlador PI.

En la Fig. 4.23 se puede ver que si un vehículo circula a 30 m/s (sin control de estabilidad) y se aplica una entrada de dirección $\delta = 2 \cdot 10^{-3}$ rad, el mismo se inestabilizaría. Para la misma condición, si el control de guiño ejerce un par diferencial de -200 N, el vehículo se mantiene estable (punto A). Esta misma condición podría lograrse sin un control de guiño, empleando en cambio un control de velocidad lo suficientemente rápido que fuera capaz de disminuir la velocidad del vehículo a 25 m/s antes de que se inestabilice (también en el punto A).

Por último se puede ver que para el vehículo circulando a 30 m/s (con control de estabilidad) y con una entrada de dirección $\delta = 6 \cdot 10^{-3}$ rad, la acción del par diferencial no resulta suficiente para no perder la estabilidad. Es necesario además reducir la velocidad a 25 m/s para mantener al vehículo estable (punto B). Este caso demuestra que la acción diferencial por sí sola puede no ser capaz de estabilizar al vehículo, siendo necesario también una disminución de la velocidad longitudinal para lograrlo.

4.6.3. Algoritmo de frenado

En función de lo analizado anteriormente, se propone el siguiente algoritmo para reducir la velocidad cuando se detectan condiciones que de mantenerse llegarían a inestabilizar el vehículo, aún con el control de guiño. Este algoritmo funciona en conjunto con el control de guiño, y tiene como entradas la velocidad actual (v_x), el ángulo de dirección (δ), y el par diferencial de referencia generado por el control de guiño (ΔF_x).

Algoritmo:

1. Se calculan las raíces de (4.19) para los valores actuales de δ , v_x y ΔF_x .
2. Si existen raíces reales en el intervalo ($0 \leq \alpha \leq \alpha_S$) se vuelve a 1. Si no se pasa a 3.
3. En una variable auxiliar se decrementa v_x en 1 m/s y se recalculan las raíces de (4.19) para las condiciones actuales de δ , ΔF_x y el nuevo valor de v_x . Esta secuencia se repite hasta encontrar un valor de v_x con el cual se logre que (4.19) tenga una raíz real en el intervalo ($0 \leq \alpha \leq \alpha_S$). Dicho valor de v_x se define como $v_{x \text{ lim}}$.
4. Se activa el control de velocidad empleando como referencia $v_{x \text{ lim}}$.

De esta forma se obtiene la máxima velocidad para la cual el vehículo se mantendría estable para una condición dada de δ y ΔF_x . Por lo tanto, el control de frenado debe disminuir la velocidad hasta este valor de velocidad para que el vehículo no se despiste en los próximos segundos.

4.6.4. Control de velocidad

Para implementar el algoritmo de control de estabilidad completo se propone un lazo de control de velocidad, donde el pedal del acelerador se convierte en una referencia de velocidad, y a partir de la medición de velocidad longitudinal se genera una señal de error, la cual se corrige a través de un controlador PI que genera la

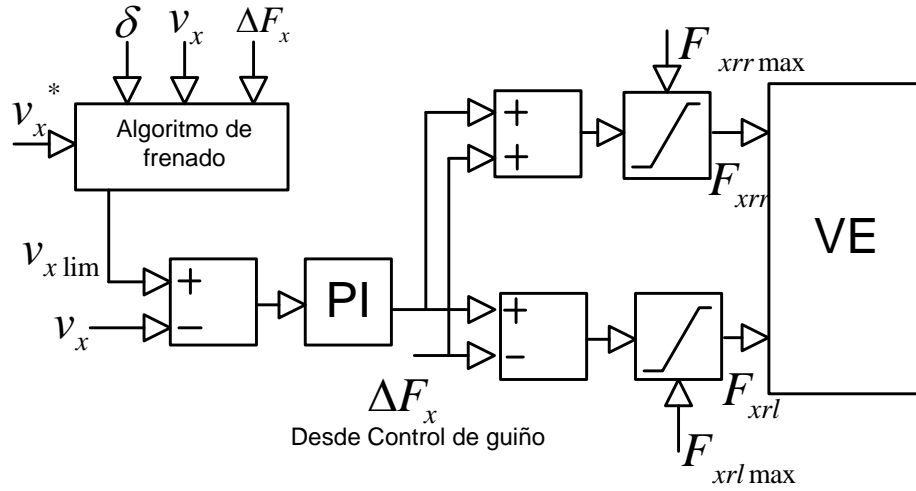


Figura 4.24: Esquema del control de frenado

referencia de fuerza para las ruedas de tracción. Cuando se detecta una condición de velocidad excesiva en curva, a través del algoritmo anterior, se ignora la referencia de velocidad impuesta por el conductor, y la referencia pasa a ser v_{xlim} . El frenado se realiza a través de fuerzas longitudinales negativas ejercidas por los motores eléctricos del vehículo operando como generadores, y recargando las baterías. En la Fig. 4.24 se muestra un esquema del control.

4.6.5. Resultados

Para comprobar el desempeño de la estrategia propuesta, se ensaya la siguiente maniobra. Un vehículo circula a una velocidad de 30 m/s, con el control de guiño activado. En $t = 0$ s se comienza a girar la dirección hasta llegar a $\delta = 10 \cdot 10^{-3}$ rad en aproximadamente $t = 0,5$ s, con una dinámica que emula a la del conductor cuando gira el volante. Las constantes físicas del vehículo son: $m = 670$ kg, $I_z = 350$ kg/m², $l_f = 1,02$ m, $l_r = 0,68$ m, $d = 1,3$ m, $C = 50000$ N/rad.

En función del análisis anterior, se puede presuponer que ante esta maniobra el vehículo se inestabilizará aún con el control de guiño activado (ver Fig. 4.22(a)). En la Fig. 4.25 se muestra una simulación de la maniobra descrita sin el control de

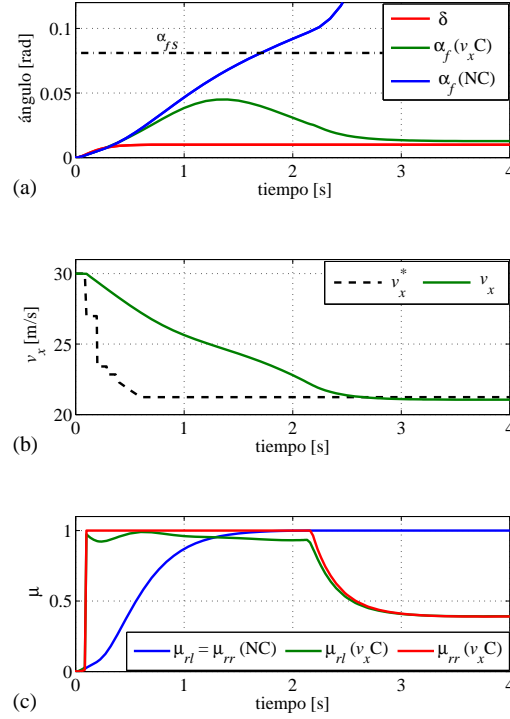


Figura 4.25: Desempeño de la estrategia propuesta. (a) Ángulo de deslizamiento lateral y de dirección. (b) Velocidad longitudinal. (c) Coeficiente de rozamiento en las ruedas traseras.

velocidad propuesto (NC) y empleando el control propuesto $v_x C$. En ambos casos, el control de guiño se encuentra activado.

En la Fig. 4.25(a) se muestra la entrada de dirección y el ángulo de deslizamiento lateral delantero (α_f). Se puede ver que si no se emplea el control de velocidad propuesto, en $t = 1,8$ s el deslizamiento lateral supera al valor de $\alpha_{fs} = 0,081$ rad y luego se incrementa significativamente, indicando la pérdida de estabilidad del vehículo (trazo azul). Por otra parte, con el control de velocidad activado, α_f no supera el valor de saturación. En la Fig. 4.25(b) se muestra el comportamiento del control de velocidad (referencia y velocidad real), donde la referencia se obtiene del algoritmo propuesto que se ejecuta cada 100 ms. En $t = 0$ s la referencia es impuesta por el conductor del vehículo ($v_x^* = 30$ m/s). En $t = 0,1$ s se puede ver que el algoritmo detecta que para la condición actual de δ , ΔF_x y v_x se perderá estabilidad, y por lo

tanto modifica la referencia de velocidad a $v_x^* = 26$ m/s. Aquí es importante destacar que se está detectando una condición de inestabilidad que recién se produciría en $t = 1,8$ s, es decir que el control se está anticipando 1,7 s. Esto resulta fundamental, ya que permite emplear la fuerza disponible para realizar un frenado controlado, antes de que las fuerzas laterales sean mayores. Luego de $t = 0,1$ s se aprecia que la referencia de velocidad continúa disminuyendo, en la medida que aumenta el ángulo de dirección (δ), hasta alcanzar los 21 m/s.

En la Fig. 4.25(c) se muestra el coeficiente de rozamiento instantáneo calculado para las ruedas traseras ($\mu_{rj} = \sqrt{(F_{x_{rj}}^2 + F_{y_{rj}}^2)} / F_{z_{rj}}$). Se puede ver que para el caso en que el control de velocidad está desactivado, la fuerza total crece hasta llegar a saturar en $t = 1,5$ s ($\mu = 1$). En cambio, cuando el control de velocidad está activado se aprovecha el tiempo desde 0,1 s a 1 s para frenar el vehículo, y en la medida que se va necesitando fuerza lateral, disminuye la fuerza de frenado (esto se aprecia en el cambio de pendiente de la velocidad real en la Fig. 4.25(b)).

4.7. Conclusiones

En este capítulo se presentaron cinco estrategias de control de tracción, cuyo elemento común es que todas utilizan información de variables estimadas por los observadores propuestos en el capítulo anterior, las cuales se utilizan para calcular la fuerza máxima que se puede transferir al suelo, y de esta forma limitar el par o el deslizamiento de las ruedas de tracción para evitar que las mismas patinen.

Las primeras dos estrategias (secciones 4.2 y 4.3) presentadas se basan en un modelo longitudinal de vehículo (de una rueda) y de fuerzas de tracción. En cada una de estas estrategias se plantearon dos lazos de control de deslizamiento por cada rueda de tracción utilizando linealización por realimentación. La referencia de deslizamiento se calcula a partir de la fuerza que el conductor desea transferir al suelo. Ambas estrategias funcionan adecuadamente en trayectorias rectas y utilizan información de la condición de suelo estimada por observadores no lineales presentados en el capítulo anterior. En la primera estrategia de control, la fuerza máxima se calcula a partir de la condición de suelo estimada y el conocimiento de las fuerzas normales, mientras

que en la segunda propuesta se estima directamente la fuerza máxima que se puede aplicar al suelo. En ambos casos, a partir de la estimación de la fuerza máxima que se puede transmitir al suelo se calcula el deslizamiento máximo que se le puede permitir a las ruedas de tracción, y con esta cota se limita a la referencia de deslizamiento de entrada al sistema de control.

Luego, en la tercer estrategia (sección 4.4), se extiende la aplicación del control de tracción para que funcione cuando se realizan aceleraciones o frenados regenerativos en trayectorias curvilíneas. El control de tracción longitudinal y lateral necesita conocer, además de la condición de suelo, las fuerzas laterales que ejercen las ruedas de tracción para calcular la fuerza máxima que se puede ejercer al suelo. Para esto se utiliza un observador de la velocidad lateral, en conjunto con los observadores de la condición de suelo, y con esto se puede calcular la fuerza lateral. El método de control de tracción comparado con las primeras dos estrategias es más sencillo, ya que no se realiza control de deslizamiento, sino que el par de referencia de los motores de tracción pasa a través de saturadores dinámicos que limitan el mismo en el caso de requerirse. Los mismos se calculan algebraicamente a partir de la fuerza máxima transferible al suelo, pero no se utiliza un lazo de control de deslizamiento. Esta estrategia es más simple desde el punto de vista de diseño y carga computacional con respecto al control de deslizamiento, pero ante incertidumbre en la estimación de la fuerza máxima en un valor superior al real, se podría ingresar a la región inestable de fuerzas y el deslizamiento se elevaría sin control a un valor elevado. En cambio, si se realiza un control de deslizamiento, ante una incertidumbre en la estimación en la fuerza máxima, se calcularía un valor de referencia de deslizamiento dentro de la región inestable de fuerzas, y el control de tracción intentaría controlar a ese valor. Se estaría trabajando en la región inestable de fuerzas, pero el deslizamiento quedaría acotado a un valor relativamente pequeño con respecto al caso anterior, en el cual es deslizamiento queda sin control. Por este motivo queda como trabajo futuro incorporar a la estrategia de control 3, un lazo de control de deslizamiento similar al utilizado en los controles 1 y 2, pero considerando el modelo longitudinal y lateral de neumáticos y vehículo.

La cuarta estrategia (4.5) muestra una aplicación del control de tracción longitu-

dinal y lateral presentado en la tercer estrategia, en donde el control de tracción se utiliza como lazo interno en un lazo de control de estabilidad sencillo conocido como control de guiño. La estrategia de control de guiño calcula una referencia de guiño a partir de un modelo lineal de vehículo y de esta forma intenta que el comportamiento dinámico del vehículo se parezca siempre al de un vehículo cuyas fuerzas laterales se comportan de manera lineal con el deslizamiento lateral. Para el cálculo de la referencia de guiño podrían utilizarse otros criterios, quedando aquí también una posibilidad de trabajo a futuro en diseño de otras estrategias de control de estabilidad utilizando como lazos internos a los controles de tracción previamente diseñados.

Se comenzó a trabajar en el área del control de estabilidad, pensando en plantear otras estrategias para el cálculo de la referencia de guiño. En el marco de este estudio se comenzó a estudiar la estabilidad de un vehículo cuando realiza maniobras curvas, a partir del modelo en el plano y el modelo de *brush* de fuerzas. A partir de esto se concluyó que un vehículo es capaz de despistarse incluso utilizando un control de guiño. Sin embargo, esta situación se puede detectar y es posible frenar al vehículo para evitar el despiste. Con esto se propuso una quinta estrategia de control (sección 4.6) que incorpora estas mejoras a la cuarta estrategia de control previamente presentada. En esta estrategia corren simultáneamente dos lazos de control PI, uno para el control de guiño, y otro que realiza el control de frenado. Queda aquí también la posibilidad de continuar trabajando en esto, realizando un análisis y un control multivariable.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

En esta tesis se presentaron estrategias de control de tracción basadas en observadores para estimar variables de la dinámica del vehículo que resultan difíciles o costosas de medir. Las variables estimadas se utilizan para calcular la fuerza máxima que se puede transferir al suelo, y de esta forma limitar el par o el deslizamiento de las ruedas de tracción para evitar que las mismas patinen.

El trabajo en el área de control de tracción se comenzó planteando una estrategia basada en un modelo longitudinal de vehículo (de una rueda) y de fuerzas de tracción (sección 4.2). Se plantearon dos lazos de control de deslizamiento, uno para cada rueda de tracción, utilizando la estrategia de linealización por realimentación. La referencia de deslizamiento que ingresa a cada lazo de control se limita a un valor calculado a partir de la fuerza máxima que se puede transferir al suelo, la cual a su vez se calcula a partir del valor de la condición de suelo (CDS) estimada a cada lado del vehículo por observadores no lineales. El observador de CDS (subsección 3.4.1) se diseñó también a partir de un modelo dinámico de cada rueda de tracción y un modelo longitudinal de fuerzas de tracción.

Tanto los controles de tracción, como los observadores funcionan correctamente en trayectorias rectas, pero no así en trayectorias curvas. Esto sucede por dos motivos:

- Para el cálculo de la fuerza máxima que se puede transferir al suelo en trayecto-

rias curvas es necesario conocer la magnitud de las fuerzas laterales que ejercen las ruedas de tracción.

- El observador de CDS basado en un modelo longitudinal no converge correctamente en trayectorias curvas.

Como mejora de este control de tracción, pero sin aún resolver el problema de las trayectorias curvas, se propuso una estrategia de control de tracción muy similar a la anterior, pero relajando la condición que se deben conocer las fuerzas normales en las ruedas de tracción. En esta estrategia (sección 4.3) se utiliza también un lazo de control de deslizamiento por cada rueda de tracción, pero a diferencia del control presentado en la sección 4.2 (el cual utilizaba la información de la CDS estimada para calcular la fuerza máxima de tracción) en este control se utiliza un observador directamente de la fuerza máxima (sección 3.4.2), evitando así la necesidad de conocer las fuerzas normales. El desempeño de esta estrategia es muy similar al de la anterior en cuanto a la respuesta dinámica del control de tracción y la calidad de estimación de los observadores, pero se reduce ligeramente la cantidad de cálculos requeridos para implementarlo (debido a que se evita la estimación de la fuerza normal y los productos entre la condición de suelo y las fuerzas normales).

Luego, se amplió la aplicación del control de tracción para que funcione cuando se realizan aceleraciones o frenados regenerativos en trayectorias curvilíneas (sección 4.4). Este control necesita conocer, además de la condición de suelo, las fuerzas laterales que ejercen las ruedas de tracción para calcular la fuerza máxima que se puede ejercer al suelo. El método de control de tracción consiste en limitar el par de referencia de los motores de tracción mediante saturadores dinámicos. Los mismos se calculan algebraicamente a partir de la fuerza máxima transferible al suelo, pero no se utiliza un lazo de control de deslizamiento. Para el cálculo de la fuerza máxima es necesario conocer la CDS y la magnitud de las fuerzas laterales, y a su vez, para calcular las mismas es necesario conocer la velocidad lateral, debiéndose estimar correctamente ambas variables tanto en trayectorias rectas como en curvas. Para esto se propusieron algunas estrategias de estimación simultánea de la CDS y la velocidad lateral (subsecciones 3.5.2, 3.5.3 y 3.5.4), siendo la última la que se utilizó en

el control de tracción presentado en la sección 4.4, debido a la simplicidad de implementación de la misma comparado con las otras dos estrategias. Además, en conjunto con esta estrategia de estimación, se diseñó un sistema capaz de evaluar la calidad de la condición estimada, el cual desactiva el control de tracción y descarta el valor estimado cuando las fuerzas longitudinales se encuentran en la región lineal de fuerzas. Se verificó el correcto funcionamiento de este control, y la correcta convergencia de los observadores considerando maniobras en las que se realizan aceleraciones o frenados regenerativos durante trayectorias curvas. Además se realizó un cambio en el modelo de neumático utilizado por el vehículo simulado, para probar el desempeño del sistema cuando este modelo es distinto al cual se diseñaron los observadores. Con ello se verificó que, aún cuando el modelo de neumático no se conozca exactamente, el control de tracción es capaz de limitar la fuerza ejercida, evitando el resbalamiento de la rueda.

A continuación, en la sección 4.5, se presentó una aplicación del control de tracción longitudinal y lateral, en donde el control de tracción que considera a las fuerzas laterales se utiliza como lazo interno en un lazo de control de estabilidad sencillo conocido como control de guiño. En los resultados obtenidos con ese control, se mostró una situación concreta en la cual un control de tracción que considera las fuerzas laterales, utilizado como lazo interno de un control de estabilidad, es capaz de mantener estable a un vehículo, mientras que un control longitudinal no es capaz de lograrlo.

En la parte final de esta tesis se introdujeron ideas iniciales en el área del control de estabilidad, a fin de en plantear otras estrategias para el cálculo de la referencia de guiño. En el marco de este estudio se analizó la estabilidad de un vehículo cuando realiza maniobras curvas, a partir del modelo en el plano y el modelo de fuerzas de *brush* de fuerzas. A partir de esto se concluyó que un vehículo es capaz de despistarse incluso utilizando un control de guiño. Con esto se propuso una quinta estrategia de control (sección 4.6) que incorpora estas mejoras a la estrategia de control de tracción y estabilidad previamente presentada. En esta estrategia corren simultáneamente dos lazos de control PI, uno para el control de guiño, y otro que realiza el control de frenado. En los resultados de esta sección, se mostró que es posible detectar de un futuro potencial despiste de un vehículo con control de guiño, y la acción del control

de frenado que evita esta situación.

También se desarrollaron estimadores complementarios al trabajo de control de tracción presentado. En la sección 3.7 se propuso un estimador del ángulo de rolido, a fin de utilizarlo para compensar los efectos de la gravedad que se producen en los acelerómetros (ver sección 3.8). Se consideró que la dinámica de rolido se puede aproximar con un modelo de dos polos y un cero, y mediante un proceso de identificación lineal se obtuvo un modelo estable que permite estimar el ángulo mencionado. Además, en la sección 3.7.2 se presentó el diseño e implementación en un microcontrolador de un observador no lineal para la estimación de los ángulos de orientación de una plataforma no acelerada.

También se presentaron otras alternativas de estimación de la velocidad lateral, las cuales no fueron utilizadas en los controles de tracción presentados en esta tesis. En la sección 3.2, se presentó el diseño e implementación de un observador por modos deslizantes para la estimación de la velocidad lateral de un vehículo. El diseño de este observador se basó en un modelo de vehículo lineal (de bicicleta) ampliado. Debido al modelo de fuerzas laterales lineal considerado, su funcionamiento pudo ser verificado solamente para bajas velocidades longitudinales, y esto motivó al desarrollo de los observadores de velocidad lateral previamente mencionados. Como alternativa a los estimadores basados en modelos, en la sección 3.2.2 se presentó un observador de la velocidad lateral basado en un filtro de Kalman, el cual utiliza un modelo 'cinemático' de vehículo, y tiene la ventaja que no es necesario expresar a las fuerzas laterales con un modelo matemático. Este estimador requiere el agregado de un GPS, lo que incrementa el costo total del sistema, aunque se mostró que el mismo estima correctamente la velocidad lateral velocidades longitudinales elevadas.

5.2. Trabajos futuros

Con respecto al control de tracción más completo que se ha diseñado en esta tesis (sección 4.4), se podrían plantear las siguientes mejoras:

- Cambiar la estrategia de limitación por una estrategia de control de desliza-

miento, siguiendo la idea realizada en los controles de tracción longitudinales (secciones 4.2y 4.3). El cálculo de la referencia de deslizamiento resultaría más compleja que la realizada en los controles longitudinales, dado que para lograr el objetivo propuesto habría que calcular la inversa del modelo de fuerzas longitudinal lateral.

- Evaluar la posibilidad de independizar al control del conocimiento de las fuerzas normales, tal como se realizó en la sección 4.3 para un control de tracción longitudinal.

El control 4.6, tanto para el cálculo de la referencia de guiño, como la referencia de velocidad podrían utilizarse otros criterios, dando así lugar al diseño de otras estrategias de control de estabilidad utilizando como lazos internos a los controles de tracción previamente diseñados. Para esto se debería hacer un análisis más amplio de la estabilidad del sistema, considerando regiones de atracción de los puntos de equilibrio y un diseño de control conjunto de guiño y de velocidad. Se podría plantear un sistema de control de estabilidad y frenado multivariable, cuyas acciones de control serían el par diferencial y la fuerza de frenado. Además, se podría incorporar la acción de frenado mecánico en las cuatro ruedas del vehículo, para lograr mayores desaceleraciones en el caso que se requieran. Esto ampliaría la región de estabilidad del vehículo.

Con respecto a la plataforma de estimación de los ángulos de orientación, se podría incluir en el proceso de calibración los efectos del SIO y extender la estimación para plataformas aceleradas.

Es de interés validar experimentalmente a las estrategias de control propuestas, particularmente la propuesta en sección 4.4. Queda como trabajo a futuro realizar esto en el prototipo de vehículo que se está construyendo actualmente (ver apéndice A).

Bibliografía

- [1] M. Eberhard y M. Tarpenning, “The 21st Century Electric Car,” *Tesla Motor Company whitepaper*, 2006.
- [2] Y.-P. Yang y D. S. Chuang, “Optimal design and control of a wheel motor for electric passenger cars,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 1, pp. 51–61, 2007.
- [3] Y. Hori, “Future vehicle driven by electricity and control-research on four-wheel-motored UOT Electric March II,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, no. 5, pp. 954–962, 2004.
- [4] K. Nam, S. Oh, y Y. Hori, “Robust yaw stability control for electric vehicles based on steering angle-disturbance observer (SA-DOB) and tracking control design,” en *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE, 2010, pp. 1943–1948.
- [5] G. A. Magallan, C. H. De Angelo, y G. O. Garcia, “Maximization of the traction forces in a 2WD electric vehicle,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 2, pp. 369–380, 2011.
- [6] E. Siampis, M. Massaro, y E. Velenis, “Electric rear axle torque vectoring for combined yaw stability and velocity control near the limit of handling,” en *52nd IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 2013, pp. 1552–1557.
- [7] L. De Novellis, A. Sorniotti, y P. Gruber, “Driving modes for designing the

- cornering response of fully electric vehicles with multiple motors,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 64, pp. 1–15, 2015.
- [8] V. Colli, G. Tomassi, y M. Scarano, “Single wheel longitudinal traction control for electric vehicles,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 21, no. 3, pp. 799–808, 2006.
- [9] Z. Peroutka, K. Zeman, y J. Flajtingr, “Active regenerative braking: braking of induction machine traction drive with maximum torque in high speeds,” en *Power Electronics and Motion Control Conference, 2006. EPE-PEMC 2006. 12th International*. IEEE, 2006, pp. 485–490.
- [10] S. B. Choi, “Antilock brake system with a continuous wheel slip control to maximize the braking performance and the ride quality,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, no. 5, pp. 996–1003, 2008.
- [11] M. Aripin, Y. Md Sam, K. A. Danapalasingam, K. Peng, N. Hamzah, y M. Ismail, “A review of active yaw control system for vehicle handling and stability enhancement,” *International Journal of Vehicular Technology*, vol. 2014, 2014.
- [12] H. Fujimoto y H. Sumiya, “Range extension control system of electric vehicle based on optimal torque distribution and cornering resistance minimization,” en *IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE, 2011, pp. 3858–3863.
- [13] Y. Hori, Y. Toyoda, y Y. Tsuruoka, “Traction control of electric vehicle: Basic experimental results using the test EV UOT electric march,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, no. 5, pp. 1131–1138, 1998.
- [14] V. Delli Colli, G. Tomassi, y M. Scarano, “Single wheel longitudinal traction control for electric vehicles,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 3, pp. 799–808, 2006.
- [15] G. Xu, K. Xu, C. Zheng, y T. Zahid, “Optimal operation point detection based on force transmitting behavior for wheel slip prevention of electric vehicles,” *IEEE*

- Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 481–490, Feb 2016.
- [16] M. Amodeo, A. Ferrara, R. Terzaghi, y C. Vecchio, “Wheel slip control via second-order sliding-mode generation,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 122–131, March 2010.
- [17] Y. Dejun, O. Sehoon, y Y. Hori, “A novel traction control for EV based on maximum transmissible torque estimation,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 6, pp. 2086–2094, 2009.
- [18] H. Tesheng, “Robust estimation and control of tire traction forces,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 62, no. 3, pp. 1378–1383, 2013.
- [19] R. Rajamani, G. Phanomchoeng, D. Piyabongkarn, y J. Y. Lew, “Algorithms for real-time estimation of individual wheel tire-road friction coefficients,” *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 17, no. 6, pp. 1183–1195, 2012.
- [20] L. Chankyu, K. Hedrick, y Y. Kyongsu, “Real-time slip-based estimation of maximum tire-road friction coefficient,” *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 9, no. 2, pp. 454–458, 2004.
- [21] D. Sui y T. A. Johansen, “Moving horizon estimation for tire-road friction during braking,” en *Control Applications (CCA), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, pp. 1379–1384.
- [22] A. Changsun, P. Huei, y H. E. Tseng, “Robust estimation of road frictional coefficient,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 21, no. 1, pp. 1–13, 2013.
- [23] H. Sanghyun y J. K. Hedrick, “Tire-road friction coefficient estimation with vehicle steering,” en *Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2013 IEEE*, 2013, pp. 1227–1232.
- [24] H. Tesheng, “Direct longitudinal tire force control under simultaneous acceleration/deceleration and turning,” en *American Control Conference (ACC), 2013*, 2013, pp. 2147–2152.

- [25] L. Li, W. Fei-Yue, y Z. Qunzhi, “Integrated longitudinal and lateral tire/road friction modeling and monitoring for vehicle motion control,” *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 7, no. 1, pp. 1–19, 2006.
- [26] G. Baffet, A. Charara, y G. Dherbomez, “An observer of tire-road forces and friction for active security vehicle systems,” *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 12, no. 6, pp. 651–661, 2007.
- [27] C. Wanki, Y. Jangyeol, Y. Seongjin, K. Bongyeong, y Y. Kyongsu, “Estimation of tire forces for application to vehicle stability control,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 2, pp. 638–649, 2010.
- [28] C. Mooryong, J. J. Oh, y S. B. Choi, “Linearized recursive least squares methods for real-time identification of tire-road friction coefficient,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 62, no. 7, pp. 2906–2918, 2013.
- [29] N. Kanghyun, H. Fujimoto, y Y. Hori, “Lateral stability control of in-wheel-motor-driven electric vehicles based on sideslip angle estimation using lateral tire force sensors,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 5, pp. 1972–1985, 2012.
- [30] G. Baffet, A. Charara, y J. Stephant, “Sideslip angle, lateral tire force and road friction estimation in simulations and experiments,” en *2006 IEEE Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Oct 2006, pp. 903–908.
- [31] H. Sangoh y H. Kunsoo, “Monitoring system design for lateral vehicle motion,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 4, pp. 1394–1403, 2011.
- [32] H. Ling-Yuan y C. Tsung-Lin, “Vehicle full-state estimation and prediction system using state observers,” *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 6, pp. 2651–2662, 2009.

- [33] J. J. Oh y S. B. Choi, “Vehicle velocity observer design using 6D IMU and multiple-observer approach,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 13, no. 4, pp. 1865–1879, 2012.
- [34] J. H. Yoon y H. Peng, “Robust vehicle sideslip angle estimation through a disturbance rejection filter that integrates a magnetometer with GPS,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 191–204, Feb 2014.
- [35] D. M. Bevly, J. Ryu, y J. C. Gerdes, “Integrating INS sensors with GPS measurements for continuous estimation of vehicle sideslip, roll, and tire cornering stiffness,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 483–493, 2006.
- [36] J. Ryu, E. J. Rossetter, y J. C. Gerdes, “Vehicle sideslip and roll parameter estimation using GPS,” en *Proceedings of the AVEC International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2002.
- [37] H. B. Pacejka, *Tyre and vehicle dynamics*, 2nd ed. Elsevier, 2005.
- [38] R. Rajamani, *Vehicle dynamics and control*. Springer, 2011.
- [39] K. Johanastrom y C. Canudas-De-Wit, “Revisiting the LuGre friction model,” *IEEE Control Systems*, vol. 28, no. 6, pp. 101–114, 2008.
- [40] L. Li, F.-Y. Wang, y Q. Zhou, “Integrated longitudinal and lateral tire/road friction modeling and monitoring for vehicle motion control,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 1–19, 2006.
- [41] G. A. Magallan, C. H. De Angelo, y G. O. Garcia, “A neighbourhood-electric vehicle development with individual traction on rear wheels,” *International Journal of Electric and Hybrid Vehicles*, vol. 2, no. 2, pp. 115–136, 2009.
- [42] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber, y A. Pennycott, “Comparison of feedback control techniques for torque-vectoring control of fully electric vehicles,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 8, pp. 3612–3623, 2014.

- [43] H. Fujimoto, N. Takahashi, A. Tsumasaka, y T. Noguchi, “Motion control of electric vehicle based on cornering stiffness estimation with yaw-moment observer,” en *Advanced Motion Control, 2006. 9th IEEE International Workshop on*, 2006, pp. 206–211.
- [44] P. Freeman, M. Jensen, J. Wagner, y K. Alexander, “A comparison of multiple control strategies for vehicle run-off-road and return,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 3, pp. 901–911, 2015.
- [45] L. De Novellis, A. Sorniotti, y P. Gruber, “Wheel torque distribution criteria for electric vehicles with torque-vectoring differentials,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 4, pp. 1593–1602, 2014.
- [46] S. Zhao, Y. Li, L. Zheng, y S. Lu, “Vehicle lateral stability control based on sliding mode control,” en *2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE, 2007, pp. 638–642.
- [47] T. Goggia, A. Sorniotti, L. De Novellis, A. Ferrara, P. Gruber, J. Theunissen, D. Steenbeke, B. Knauder, y J. Zehetner, “Integral sliding mode for the torque-vectoring control of fully electric vehicles: Theoretical design and experimental assessment,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 5, pp. 1701–1715, 2015.
- [48] L. De Novellis, A. Sorniotti, y P. Gruber, “Wheel torque distribution criteria for electric vehicles with torque-vectoring differentials,” *IEEE Trans. on Vehicular Techn.*, vol. 63, no. 4, pp. 1593–1602, 2014.
- [49] D. A. Aligia, G. A. Magallán, C. H. De Angelo, y N. Roqueiro, “Monitoreo de la dinámica lateral de un vehículo eléctrico: Parte I. Estimación mediante un observador por modos deslizantes,” en *XV Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*, 2013.
- [50] D. A. Aligia, G. A. Magallán, y C. H. De Angelo, “Estrategia de estimación de la condición de suelo para el control de tracción en vehículos eléctricos,” en *ARGENCON2014*, 2014.

- [51] —, “Control de tracción para un vehículo eléctrico basado en observadores no lineales,” *Enviado a: Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 2016.
- [52] —, “Electric vehicle traction control system considering longitudinal and lateral tire forces,” *Major review at: Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 2016.
- [53] —, “Control de estabilidad en vehículos eléctricos ante situaciones límites de adherencia en curvas,” en *XVI Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*, 2015, Conference Proceedings.
- [54] J. L. Bossa, G. A. Magallán, C. H. De Angelo, y G. O. García, “Implementación de un sistema de supervisión y control para un vehículo eléctrico,” en *XXIIº Congreso Argentino de Control Automático*, 2010.
- [55] D. A. Aligia, G. A. Magallán, y C. H. De Angelo, “Monitoreo de la dinámica lateral de un vehículo eléctrico: Parte II. Implementación de una unidad de medición inercial (IMU) con comunicación de bus CAN,” en *XV Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*, 2013.
- [56] Y.-H. J. Hsu, *Estimation and control of lateral tire forces using steering torque*. ProQuest, 2009.
- [57] L. Li, K. Yang, G. Jia, X. Ran, J. Song, y Z.-Q. Han, “Comprehensive tire-road friction coefficient estimation based on signal fusion method under complex maneuvering operations,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 56, pp. 259–276, 2015.
- [58] H. B. Pacejka y R. S. Sharp, “Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions: a review of modelling aspects,” *Vehicle system dynamics*, vol. 20, no. 3-4, pp. 121–175, 1991.
- [59] G. Moscariello, “Qualitative analysis and simulation of a 10 degrees of freedom

- model of an electrically operated vehicle,” *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 55, no. 8, pp. 1815–1831, 2008.
- [60] J. D. Setiawan, M. Safarudin, y A. Singh, “Modeling, simulation and validation of 14 DOF full vehicle model,” en *Instrumentation, Communications, Information Technology, and Biomedical Engineering (ICICI-BME), 2009 International Conference on*. IEEE, 2009, pp. 1–6.
- [61] N. Jazar Resa, “Vehicle dynamics theory and application,” *Dept. of Mechanical Engineering Manhattan College, Springer*, 2008.
- [62] L. d. C. M. Leal, E. da Rosa, y L. C. Nicolazzi, “Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis,” *Publicação interna do GRANTE, Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC. Florianópolis*, 2012.
- [63] N. Kanghyun, O. Sehoon, H. Fujimoto, y Y. Hori, “Estimation of sideslip and roll angles of electric vehicles using lateral tire force sensors through RLS and Kalman filter approaches,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 3, pp. 988–1000, 2013.
- [64] M. Cendoya y G. M. Tocacelli, “Medidor de velocidad y posición para sistemas de control de máquinas eléctricas basados en PC,” en *AADECA 2004*, 2004.
- [65] D. Lhomme-Desages, C. Grand, F. B. Amar, y J.-C. Guinot, “Doppler-based ground speed sensor fusion and slip control for a wheeled rover,” *IEEE/ASME Transactions on mechatronics*, vol. 14, no. 4, pp. 484–492, 2009.
- [66] S. Hui y S. H. Zak, “Observer design for systems with unknown inputs,” *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 15, no. 4, p. 431, 2005.
- [67] H. B. Pacejka y E. Bakker, “The magic formula tyre model,” *Vehicle system dynamics*, vol. 21, no. S1, pp. 1–18, 1992.

- [68] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, y T. Kirubarajan, *Estimation with applications to tracking and navigation: theory algorithms and software*. John Wiley & Sons, 2004.
- [69] S. Biagiola y J. Solsona, “State estimation in batch processes using a nonlinear observer,” *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 44, no. 11-12, pp. 1009–1024, 2006.
- [70] R. L. P. Barreto, “Simulação de ângulos de deriva e dinâmica veicular lateral utilizando modelo de quatro rodas com restrições geométricas e cinemáticas,” Thesis, Universidad Federal de Santa Catarina, 2015.
- [71] H. K. Khalil y L. Praly, “High-gain observers in nonlinear feedback control,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 24, no. 6, pp. 993–1015, 2014.
- [72] J. Solsona y M. Valla, “Disturbance and nonlinear luenberger observers for estimating mechanical variables in permanent magnet synchronous motors under mechanical parameters uncertainties,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 4, pp. 717–725, Aug 2003.
- [73] UBA, “Clase 5 de la materia identificacion y control adaptativo.”
- [74] S. Han y K. Huh, “Monitoring system design for lateral vehicle motion,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 4, pp. 1394–1403, 2011.
- [75] J. Ryu y J. C. Gerdes, “Estimation of vehicle roll and road bank angle,” en *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, vol. 3. IEEE, 2004, pp. 2110–2115.
- [76] X. Yun, E. R. Bachmann, y R. B. McGhee, “A simplified quaternion-based algorithm for orientation estimation from earth gravity and magnetic field measurements,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 3, pp. 638–650, 2008.

- [77] S. Sabatelli, M. Galgani, L. Fanucci, y A. Rocchi, “A double stage Kalman filter for sensor fusion and orientation tracking in 9D IMU,” en *Sensors Applications Symposium (SAS), 2012 IEEE*, 2012, pp. 1–5.
- [78] T. Beravs, S. Begus, J. Podobnik, y M. Munih, “Magnetometer calibration using kalman filter covariance matrix for online estimation of magnetic field orientation,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 63, no. 8, pp. 2013–2020, 2014.
- [79] T. Ozyagcilar, “Calibrating an ecompass in the presence of hard and soft-iron interference,” *Freescale Semiconductor Ltd*, 2012.
- [80] A. Wahdan, J. Georgy, y A. Noureldin, “Three-dimensional magnetometer calibration with small space coverage for pedestrians,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 15, no. 1, pp. 598–609, 2015.
- [81] A. Wahdan, J. Georgy, W. F. Abdelfatah, y A. Noureldin, “Magnetometer calibration for portable navigation devices in vehicles using a fast and autonomous technique,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 15, no. 5, pp. 2347–2352, 2014.
- [82] T. Ozyagcilar, “Calibrating an ecompass in the presence of hard and soft-iron interference,” *Freescale Semiconductor Ltd*, 2012.
- [83] G. A. Magallán, C. H. De Angelo, y G. O. García, “Control de tracción de vehículos eléctricos. Parte II: Tracción de fuerza diferencial para el control de guiño,” en *AADECA 2010*, 2010.
- [84] L. Serrano-Iribarnegaray y J. Martinez-Roman, “A unified approach to the very fast torque control methods for DC and AC machines,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 4, pp. 2047–2056, Aug 2007.
- [85] H. Fujimoto, A. Tsumasaka, y T. Noguchi, “Direct yaw-moment control of electric vehicle based on cornering stiffness estimation,” en *Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*, 2005, p. 6 pp.

-
- [86] ArMotors, “Motor ar-blm-15 - especificaciones técnicas,” 2015.
- [87] EnerSys, “Odyssey owner’s manual - publication no. 2602-0232, rev. 10 - us-ody-om-010,” 2012.
- [88] —, “Odyssey Application Manual - Publication No: US-ODY-AM-001,” 2006.
- [89] G. A. Magallán, C. H. De Angelo, G. Bisheimer, y G. O. Garcia, “Implementación de un diferencial electrónico para vehículos eléctricos con un único controlador DSP,” *RPIC2007*, 2007.
- [90] Analog Devices Inc., “Hoja de datos del sensor ADIS16365,” 2008.
- [91] J. S. Loeb, D. A. Guenther, H.-H. F. Chen, y J. R. Ellis, “Lateral stiffness, cornering stiffness and relaxation length of the pneumatic tire,” SAE Technical Paper, Tech. Rep., 1990.

Apéndice A

Dimensionamiento y construcción de prototipo de vehículo eléctrico

El grupo GEA cuenta con un vehículo eléctrico urbano [41] cuya tracción se realiza con dos motores de inducción de 3 kW cada uno. Estos motores se acoplan a las ruedas de tracción (traseras) mediante reducciones construidas con dos etapas: una con correa dentada y otra con cadena, respectivamente. El peso del vehículo es de unos 600 kg sin conductor. La velocidad máxima experimental de este vehículo fue de 36 km/h.

Este prototipo se proyectó con el objetivo de disponer en el laboratorio con una plataforma experimental para realizar ensayos en las áreas de trabajo del grupo de investigación. Posteriormente a la construcción de este vehículo surgió la rama de investigación dentro del grupo dedicada al desarrollo de estrategias de control de tracción y control de estabilidad. El prototipo actual no cuenta con potencia suficiente para poder patinar y/o perder estabilidad en curvas por lo tanto no se han podido validar experimentalmente las estrategias de control presentadas en esta tesis. A fin de validar estas estrategias, actualmente se está construyendo un nuevo vehículo eléctrico más liviano y con motores de más potencia. En este apéndice se muestran los criterios de diseño que se tomaron en cuenta para diseñar un vehículo que permita validar estrategias de control de tracción.



Figura A.1: Estructura del nuevo vehículo.

A.1. Peso del vehículo

Se proyecta disminuir significativamente el peso del vehículo nuevo con respecto al actual. El mismo se está construyendo utilizando caños de acero cromo molibdeno, del mismo tipo de los que se utilizan en la construcción de jaulas antivuelco para vehículos de competición (ver Fig. A.1). El peso del mismo es de 80 kg incluyendo caja de dirección, ejes de transmisión y sistema de suspensiones. El peso de las baterías es de 200 kg, cuyo detalle se explica en la sección A.4. El peso de cada caja conjunto caja reductora-motor es de 30 kg cada uno. Asumiendo un peso de un conductor promedio de 75 kg, el peso total del vehículo es de 415 kg. Suponiendo 35 kg más asignados a diversos accesorios, el peso total del vehículo (conductor incluido, se proyecta en 450 kg).

A.2. Motores de tracción y reductores

Se utilizarán dos motores de tracción, cada uno impulsando a cada rueda trasera. Se seleccionó un modelo de motor de imanes permanentes fabricado por la empresa nacional ArMotors. Este modelo entrega una potencia nominal de 10 kW, y picos de 15 kW en transitorios cortos. Cuenta con un par de arranque de 70 Nm y una velocidad máxima de 3500 RPM [86]. Ya se han adquirido dos motores y actualmente otros integrantes del grupo de trabajo están diseñando los inversores que manejarán estos motores.

La conexión de los motores a las ruedas de tracción se hará a través de motoredutores y acople cardánico. Los reductores han sido adquiridos a la empresa nacional Mancuso SRL, son del tipo planetarios, con reducción 1:5,5. Esto permite obtener, con estos motores, un par de arranque de 385 Nm y una velocidad máxima de 636 RPM.

A.3. Diseño de propulsión

El objetivo principal del sistema de tracción es que el mismo sea capaz de lograr que las ruedas de tracción puedan patinar en una superficie de alta adherencia, a baja velocidad, con el objetivo de probar controles de tracción. Además el vehículo debe alcanzar una velocidad relativamente alta (a la cual se pueda despistar), para probar estrategias de control de estabilidad.

Para esto se analiza la fuerza máxima que un neumático es capaz de transferir al suelo para que un neumático patine, considerando que el mismo no está ejerciendo fuerza lateral (ver F_{MAX} en la subsección 2.2.4). Aquí se puede ver que la fuerza máxima que un neumático puede transferir al suelo corresponde al producto entre la condición de suelo (μ_S) y la carga normal que se ejerce sobre ese neumático. Para que un neumático pueda patinar, se debe diseñar al sistema de tracción para que sea capaz de transmitir al suelo una fuerza superior a ésta (esto incluye además de la elección del motor, caja reductora y diámetro de las ruedas).

Por simplicidad en el diseño mecánico de la transmisión, se determinó que este

vehículo será de tracción trasera. Además, los vehículos de tracción trasera resultan más difíciles de controlar en situaciones límites de adherencia, motivo que también refuerza la propuesta de la elección.

Para realizar el cálculo de la fuerza máxima que puede ejercer un neumático se debe fijar una condición de suelo y la fuerza normal estática, calculada a partir del peso del vehículo y la posición del centro de masa. Pero además se debe tener en cuenta la transferencia de carga que se produce al eje trasero en una aceleración. Haciendo estas consideraciones, en [62, p.76] se deduce que la fuerza máxima (en una superficie plana) se puede calcular como,

$$F_{\text{máx}} = \mu_S G \left[\frac{x - k_s \frac{h}{l}}{1 - \mu_S \frac{h}{l}} \right]$$

en donde G es el peso del vehículo y x es el porcentaje de carga sobre el eje trasero, que se puede calcular como $x = l_f / (l_f + l_r)$.

Asumiendo una masa de vehículo de 450 kg, $k_s = 0,01$ (valor típico de rozamiento para asfalto liso según [62]), asumiendo que la distribución de masa es el 50 porciento para cada eje ($x = 0,5$), una superficie de muy alta adherencia ($\mu = 0,9$) y que la altura del centro de gravedad es 0,5 m, la fuerza máxima que puede ejercer el eje trasero es,

$$F_{\text{máx}} = \mu_S G \left[\frac{x - f \frac{h}{l}}{1 - \mu_S \frac{h}{l}} \right] = 0,9 \cdot 450 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left[\frac{0,5 - 0,01 \frac{0,5}{1,7}}{1 - 0,9 \frac{0,5}{1,7}} \right] = 2685 \text{ N}$$

Para que las ruedas traseras del vehículo patinen, la fuerza máxima ejercida por ambas debe ser mayor a la máxima que puede ejercer el eje trasero. Asumiendo que no se producen pérdidas mecánicas en la caja reductora, y que el radio efectivo de las ruedas es $R_E = 0,27 \text{ m}$, la fuerza máxima que puede ejercer ambas ruedas traseras traccionando juntas es,

$$F_{\text{maxr}} = 2 \frac{T_{\text{máx}}}{R_E} n = 2 \frac{70 \text{ Nm}}{0,27} 5,5 = 2852 \text{ N}$$

donde n es la relación de reducción de cada caja y T_{max} es el par de arranque máximo de los motores.

Se puede ver entonces que la fuerza que pueden ejercer ambos motores de tracción es algo mayor a la máxima que pueden ejercer el eje trasero, para una superficie de adherencia muy alta. Esto da un margen de seguridad de $2852N - 2685N = 167N$ por las variaciones que se puedan producir en los parámetros de ubicación del centro de masa, masa del vehículo, altura del centro de masa y eficiencia de la caja reductora, los cuales se conocerán una vez que se termine la construcción del prototipo.

Además, en superficies de adherencia media, como tierra, el margen de seguridad es mucho más alto, ya que la fuerza máxima que puede ejercer en eje trasero es de por ejemplo $1300N$ para una superficie de $\mu_s = 0,5$.

Por otro lado, asumiendo que la potencia nominal de ambos motores ($20kW$) es suficiente para compensar los rozamientos del vehículo a la velocidad máxima del vehículo, esta se puede calcular como,

$$v_{x\text{ máx}} = \omega_{\text{máx}} \frac{R_E}{n} = 3500 \text{ rpm} \frac{2\pi}{60} \frac{0,27m}{5,5} = 18 \frac{m}{s} \approx 65 \frac{km}{h}$$

A.4. Baterías

La elección de la capacidad de las baterías parte del objetivo para el cual se diseña el vehículo: pruebas dinámicas, control de tracción y control de estabilidad. No se necesita una gran autonomía, pero el sistema debe poder entregar en transitorios de algunos segundos la potencia pico de los motores ($30kW$ entre los dos). La autonomía debe ser suficiente como para llevar al vehículo desde el laboratorio a la pista de pruebas, hacer algunos ensayos y regresar.

La tendencia actual en vehículos es utilizar baterías de litio. Debido al alto costo de las mismas, y a la dificultad de importar un módulo armado de baterías para vehículos eléctricos, se decidió continuar utilizando baterías de plomo/ácido. Esta tecnología ha mejorado también en los últimos años, y se encuentran actualmente disponibles en el mercado local baterías que tienen una resistencia interna muy pequeña, capaces de entregar corrientes elevadas con una pequeña caída de tensión.

Se evaluaron distintas marcas de baterías, y se seleccionaron las baterías Oddysey Extreme, por sobresalir en las características mencionadas frente a otras marcas. Se

12	535	200	300	265	14	13	21	6.70 (170.2)	3.90 (99.1)	6.18 (157.0)	12.0 (5.4)	M6 Stud	40 (4.5)	8
12	460	150	300	240	13	12	18	7.00 (177.8)	3.38 (85.9)	5.17 (131.3)	11.4 (5.2)	M6 Receptacle	50 (5.6)	10
12	530	200	440	350	18	17	27	6.70 (170.2)	3.90 (99.1)	6.89 (175.0)	13.2 (6.0)	M6 Stud	40 (4.5)	7
12	520	170	370	300	16	16	24	7.15 (181.5)	3.00 (76.3)	6.65 (167.8)	15.4 (7.0)	M6 Receptacle ¹ or SAE 3/8" Receptacle	50 (5.6)	7
12	900	330	625	500	28	27	52	6.64 (168.6)	7.05 (179.0)	5.04 (128.0)	26.0 (11.8)	M6 Receptacle ¹ or SAE 3/8" Receptacle	60 (6.8)	5
12	1200	540	860	725	42	40	78	7.87 (199.9)	6.66 (169.1)	6.80 (172.7)	38.2 (17.4)	M6 Receptacle ¹ or SAE 3/8" Receptacle	60 (6.8)	4.5
12	1200	600	960	800	70	64	106	11.89	6.88	7.48	45.6	N/A and Not	N/A	5.7

Figura A.2: Características de las baterías.

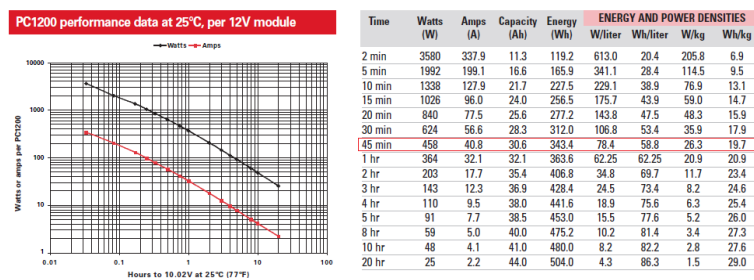


Figura A.3: Características de las baterías.

seleccionó el modelo PC1200, cuyas características [87] se muestran en la Fig. A.2.

Este modelo de batería es de 12 V, y la resistencia interna es de $4,5\text{ m}\Omega$. La tensión nominal de los motores es de 120 V, por lo tanto para asegurar esta tensión se proyecta utilizar 11 baterías en serie.

En el manual de aplicación de las baterías [88] se encuentra la tabla que se muestra en la Fig. A.3, donde se puede ver que una batería es capaz de entregar 458 W durante 45 minutos. También se puede ver que es capaz de entregar picos de más de 39 kW de potencia al pack de 11 baterías ($3580\text{W} \cdot 11 = 39380\text{W}$).

Aún no es posible realizar un cálculo teórico de la autonomía que podría tener el vehículo, ya que todavía no se conocen las pérdidas (principalmente por resistencia aerodinámica, resistencia a la rodadura, pérdidas eléctricas en el motor y pérdidas mecánicas en la etapa de reducción) que tendrá el mismo. Estos valores se obtendrán a partir de los ensayos que se realicen cuando el vehículo esté terminado. Para conocer

el orden de la autonomía que el vehículo podría tener se hace la siguiente consideración: suponiendo que se conectan 11 baterías en serie, las mismas serían capaces de entregar 5 KW durante 45 min ($458W \cdot 11 = 5038W$). Con esa potencia, el prototipo actual de vehículo es capaz de alcanzar los 36 km/h aproximadamente. Por lo tanto, debido a que el sistema de tracción del nuevo vehículo se proyecta más eficiente que el actual (motores más eficientes, menores pérdidas en transmisión, baterías con menor resistencia interna), y además que pesa unos 200 kg menos, se asume que el nuevo vehículo podría funcionar más de 45 min a una velocidad de 36 km/h.

Apéndice B

Instrumentación realizada en VEU

En la primera etapa de esta tesis se le incorporaron al prototipo de vehículo eléctrico que cuenta el laboratorio sensores y sistemas para la adquisición de datos [55], a fin de completar las mediciones habituales que se realizan en vehículos (sección 3.8). El prototipo de VE cuenta con un DSC (Digital Signal Controller) que realiza el control de los motores de tracción, sensores de corriente en la fase de los motores y con sensores de posición en las ruedas de tracción. Se incorporó un sistema de adquisición de datos que se conecta al DSC con el fin de visualizar las variables medidas por el DSC, y además las mediciones que se agregaron al sistema, las cuales se describen en este apéndice.

Como se muestra en la Fig. B.1, el esquema consta de un sistema de control del vehículo basado en EL DSC, el cual es el controlador principal y único del vehículo. Este procesador se encarga de realizar el control digital de tracción y manejar el funcionamiento completo del vehículo [89]. Las mediciones realizadas por los diferentes subsistemas del vehículo son adquiridas por una PC industrial a través de la red CAN.

B.1. Sensores inerciales

Se utilizó un sensor inercial ADIS16365 [90] realizando su instalación sobre una placa ubicada próxima al centro de masa del vehículo (Fig. B.2). Este sensor es capaz de medir aceleraciones y velocidades angulares en tres ejes. La comunicación con este

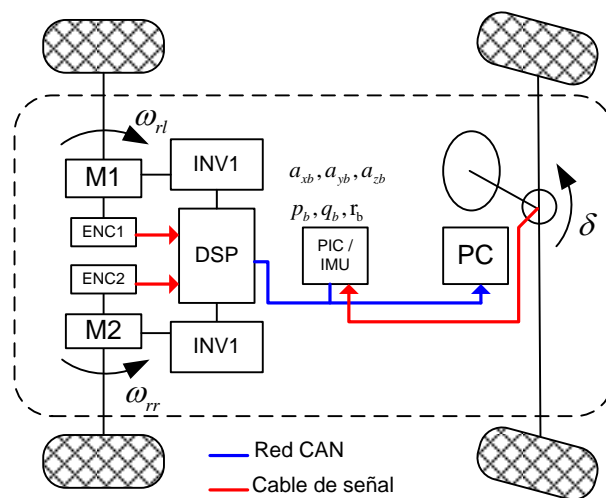


Figura B.1: Diagrama de instrumentación.

sensor se implementó mediante un microcontrolador PIC, el cual cumple la función de establecer un puente entre el protocolo serie SPI del sensor y la conexión al bus CAN del vehículo. Las mediciones que obtiene este sensor pueden filtrarse internamente en forma digital por el mismo sensor, mediante la aplicación de un filtro de tipo ventana de Bartlett con respuesta FIR. El ancho de banda de este filtro es configurable. De esta manera, es posible obtener la variable medida con la dinámica requerida y filtrar vibraciones o perturbaciones de alta frecuencia en la medición. El ancho de banda del acelerómetro y del giroscopo es adecuado para los valores nominales que se pueden obtener sobre el prototipo. Las aceleraciones laterales en este tipo de vehículo en situaciones normales son como máximo iguales a una fracción de la aceleración de la gravedad y la velocidad de guiño no supera los $60^\circ/\text{seg}$ en las maniobras más bruscas que se han podido realizar. La resolución del acelerómetro es de 14 bits, en un rango de medición $\pm 17\text{ G}$, y su sensibilidad es de $3,3\text{ mg/LSB}$. Sin embargo, solamente se utiliza este sensor en un rango de $\pm 1\text{ G}$. La sensibilidad mencionada es algo baja comparada con acelerómetros más actuales que permiten rangos de medición configurables (por ejemplo $\pm 2\text{ G}$, $\pm 4\text{ G}$, etc.) y una resolución de 14 o 16 bits, pero ha sido suficiente para esta primera etapa de monitoreo.

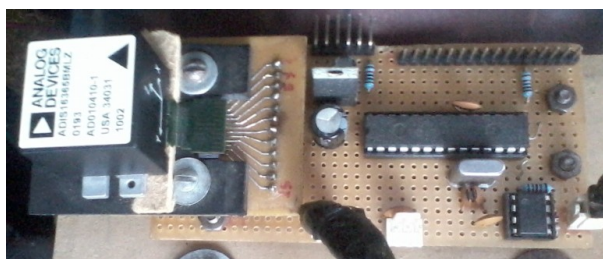


Figura B.2: Placa de adaptación del sensor inercial.



Figura B.3: Medición del ángulo de dirección.

B.2. Medición del ángulo de dirección

Para realizar un monitoreo de la dinámica lateral es necesario medir el ángulo de dirección. El mismo se obtiene mediante un potenciómetro acoplado con un mecanismo reductor sobre la caja de dirección del vehículo (Fig. B.3). La medición analógica es enviada hasta la placa del sensor inercial, donde es digitalizada y adquirida a través del mismo microcontrolador. Con esto, los datos quedan disponibles a la red CAN con el resto de las mediciones de la IMU.

B.3. Red de datos CAN

El relevamiento de los datos se realiza a través de una red CAN. Se optó por utilizar el bus CAN por sus características de velocidad de transferencia de datos y robustez ante ruidos externos, además es el tipo de bus que fue concebido para redes de datos en automóviles.

La red CAN implementada en el vehículo cuenta actualmente con tres módulos (Fig. B.1)

- PC industrial, máster (adquisidor)
- Módulo IMU, esclavo (mediciones inerciales y ángulo de dirección)
- DSC, esclavo (medición de velocidades y variables de tracción)

El DSC, aparte de las mediciones de velocidad de las ruedas, también realiza mediciones de:

- Posiciones de acelerador y freno
- Corrientes de los motores de inducción.
- Tensión del bus CC de baterías
- Corriente continua tomada por cada inversor

Estas variables son registradas a través de la red CAN para aplicaciones de monitoreo y de funcionamiento general del vehículo.

B.4. PC industrial

La PC industrial (Fig. B.4) es la encargada de realizar el monitoreo y registro de las variables mencionadas. La misma cuenta con una placa miniPCI que permite la conexión al bus CAN. Sobre esta PC se ejecuta una aplicación IDE programada en LabWindows, un entorno visual de lenguaje C (Fig. B.5) bajo un sistema operativo WindowsXP Embedded. Este IDE visualiza y registra las variables en un archivo.



Figura B.4: Vista de la PC industrial sobre el vehículo eléctrico.

B.5. Descripción del software de PC: muestreo y almacenamiento de datos

El tiempo de muestreo con el cual se adquieren las variables del vehículo actualmente es de 100 [ms]. En principio esta velocidad es suficiente para permitir la implementación de estrategias de estimación y/o control de la dinámica lateral, ya que la misma es comparativamente más lenta. Se está evaluando el uso de un sistema operativo en tiempo real o un DSC supervisor, tal como se explicará en la siguiente sección, con el fin de reducir el tiempo de muestreo en futuras implementaciones de observadores y/o controladores que así lo requieran.

Para garantizar un tiempo de muestreo consistente de las mediciones por parte de la PC, se realiza la siguiente estrategia (Fig.7): la PC actúa como máster y los dispositivos (tanto el módulo inercial como el DSC) como esclavos. Los datos son generados cada 100 [ms] en los dos dispositivos. La PC (cuyo sistema operativo no es de tiempo real) consulta cada 50 [ms] tanto al DSC como al microcontrolador si disponen de datos nuevos. En caso afirmativo los dispositivos responden con los nuevos datos, y en caso contrario avisan que no disponen datos nuevos. De este modo se garantiza una cota de tiempo. Para controlar la posible pérdida de un paquete, cada dispositivo envía dentro de la trama de datos el valor del tiempo absoluto desde que se encendió el dispositivo. De esta manera, haciendo la diferencia, se realiza un chequeo del tiempo entre dos paquetes sucesivos. La solitud de datos por parte de la PC es atendida en los dispositivos (DSC y microcontrolador) a través de sus respec-

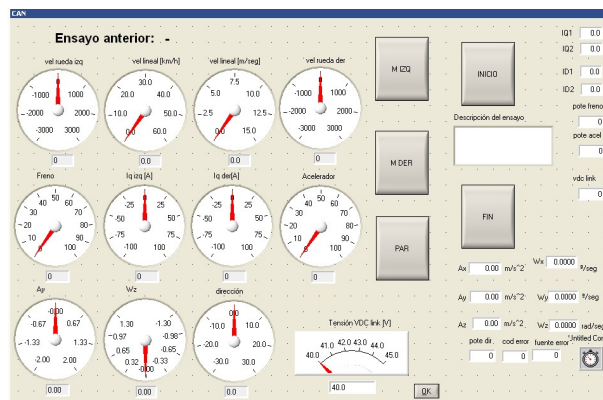


Figura B.5: Interfaz gráfica.

tivos servicios de interrupciones CAN con máscara de direcciones. A pesar de que la instrumentación propuesta podría ser aplicable a un sistema de control de estabilidad, no se ha implementado aún un control de este tipo sobre el vehículo eléctrico. Por el momento se han utilizado los datos experimentales para validaciones de modelo y para la construcción de un estimador de velocidad lateral. Como continuación de este trabajo y para posibilitar la implementación de un control de tiempo real se están analizando dos alternativas: 1) Utilizar un DSC superior, el cual será el encargado de realizar las mediciones inerciales (reemplazará al actual microcontrolador) y sobre el cual se programará el control de estabilidad. Este DSC se comunicará con el DSC de tracción a través de la red CAN, para actuar sobre los motores de tracción cuando el control de estabilidad lo disponga. La PC industrial se seguirá utilizando como un registrador de datos, dado que no es posible proponer un control con una cota de tiempo garantizada sobre la misma. 2) Continuar con el esquema actual, pero cambiando el sistema operativo por uno de tiempo real (RTOS) el cual sería el encargado de realizar el control de estabilidad y garantizar una comunicación CAN en el orden de los 10 [ms].

B.6. Red física

El trazado de la red CAN se ha realizado con cable multifilar mallado, con la malla conectada a la tierra del circuito de control de manera de blindar la comunicación. Fue fundamental la utilización de este blindaje, dado que los inversores que accionan a los motores de tracción inducen una cantidad considerable de interferencia electromagnética, suficiente para inducir errores en la comunicación CAN. A pesar de esta medida, se comprobó (a través del chequeo de tiempo entre paquetes) que esporádicamente se han perdido paquetes individuales. Como trabajo a futuro se evalúa mejorar la calidad física de la red utilizando cable de par trenzado normalizado para redes CAN, con el objetivo de garantizar el correcto funcionamiento de la comunicación.

Apéndice C

Modelo de vehículo en simulación

Para validar las estrategias de estimación y de control de tracción que se propusieron a lo largo de esta tesis se realizan simulaciones en la plataforma Simulink/CarSim. CarSim es un software simulador de vehículos que considera al vehículo como un modelo dinámico multicuerpo incluyendo modelos completos del sistema de suspensiones, sistema de dirección, fuerzas aerodinámicas, etc. El modelo de neumáticos utilizado incluye los efectos de: resistencia de rodadura, *camber trust*, radio dinámico dependiente de la carga del neumático, y dinámica en las fuerzas producidas en los neumáticos [91]. El modelo de neumático en CarSim es configurable y se utiliza el modelo de *brush*, exceptuando en los casos que se expresó lo contrario.

Los parámetros del vehículo se muestran en la Tabla C.1 y se corresponden con los parámetros físicos del vehículo eléctrico disponible en el GEA-UNRC [41]. El resto de los parámetros corresponden a un vehículo clase C genérico provisto por CarSim.

A no ser que se exprese lo contrario, la dirección del vehículo es manejada por un modelo de conductor desarrollado por CarSim, cuyos parámetros se configuraron en: `driver timepreview: 1s`, `driver time lag: 0s`, los cuales determinan la velocidad de respuesta del modelo de conductor. En CarSim se configura una trayectoria a seguir en un escenario (por ejemplo que el vehículo circule en el centro de un camino, con determinada forma física y determinada adherencia) y el modelo de conductor maneja la dirección del vehículo para intentar mantenerlo sobre esa trayectoria.

Los observadores y los controles de tracción se programaron en Simulink, y el

Tabla C.1: Parámetros del vehículo.

Parámetro	Valor
Masa del vehículo concentrada (m)	590 kg
Masa no suspendida (m)	80 kg
Distancia entre CG y el eje frontal (l_f)	1,02 m
Distancia entre CG y el eje trasero (l_r)	0,68 m
Ancho del vehículo (d)	1,4 m
Inercia de rolido	152 kgm ²
Inercia de picheo	356 kgm ²
Inercia de guiño (I_z)	352 kgm ²
Inercia de la rueda (I_w)	1,9 kgm ²
Radio de la rueda (en carga) (r_d)	0,292 m
Rigidez vertical del neumático	200000 N/m
Parámetro concentrado del neumático (C)	50000 N/rad
Parámetro de resistencia de rodadura(k_s)	3,610 ⁻³
Parámetro de resistencia de rodadura(k_d)	0,2210 ⁻³ s/m
<i>tire lag</i> en F_x	50 mm
<i>tire lag</i> en F_y	565 mm

modelo de vehículo de CarSim se inserta en Simulink como un bloque externo, cuyas entradas y salidas se configuran según las variables que se quieren llevar y traer desde el modelo en CarSim al Simulink como se muestra en la Fig. C.1.

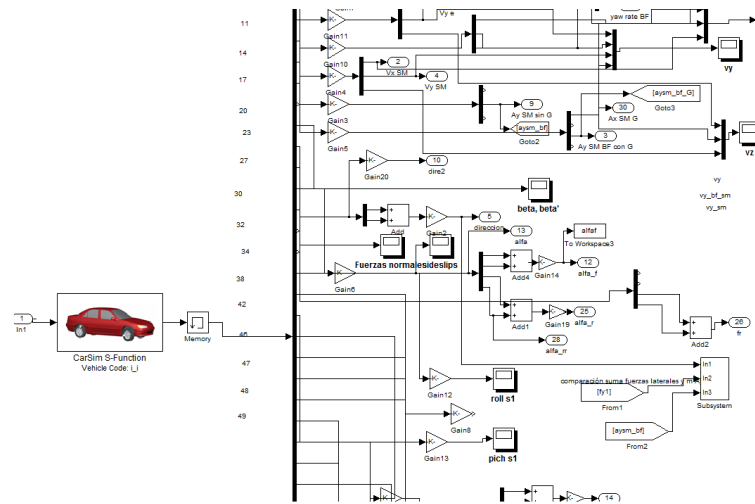


Figura C.1: Bloque de CarSim insertado en Simulink.